

А.М. АБАКУМОВ, В.И. КОТЕНЕВ

**СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИМИ
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ И
ЭЛЕКТРОТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ
УСТАНОВКАМИ**

Самара

Самарский государственный технический университет

2013



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А.М. АБАКУМОВ, В.И. КОТЕНЕВ

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИМИ
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ И
ЭЛЕКТРОТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ
УСТАНОВКАМИ

Учебное пособие

Самара
Самарский государственный технический университет
2013

Печатается по решению редакционно-издательского совета СамГТУ

УДК 62-52 (075)

A13

Абакумов А.М.

А 13 Системы управления электромеханическими преобразователями и электротехнологическими установками: учебное пособие / *А.М. Абакумов, В.И. Котенев.* – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2013. – 182 с.: ил.

ISBN 978-5-7964-1152-0

Рассматриваются принципы построения систем автоматического управления, вопросы анализа их работы в установившихся режимах, различные способы описания динамических характеристик звеньев систем, критерии устойчивости, методика расчета переходных процессов, методы синтеза и оценки чувствительности линейных систем управления. Приведены примеры составления математического описания, исследования устойчивости, построения переходных процессов, синтеза корректирующих устройств и оценки чувствительности систем управления электромеханическими преобразователями и электротехнологическими установками.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника». Дисциплина «Управление электромеханическими преобразователями».

Рецензент – д-р техн. наук П.К. Кузнецов

УДК 62-52 (075)

A 13

ISBN 978-5-7964-1152-0

© А.М. Абакумов, В.И. Котенев, 2013

© Самарский государственный
технический университет, 2013

ВВЕДЕНИЕ

Электромеханические преобразователи, работающие в двигательном режиме (синхронные и асинхронные двигатели, двигатели постоянного тока, вентильные машины и т.д.) являются основным средством приведения в движение различных механизмов и машин в современном промышленном производстве, транспорте, коммунальном хозяйстве, сферах жизнеобеспечения и быта. В структуре потребления электроэнергии в развитых странах свыше 60% потребления приходится на электродвигатели. В то же время, электромеханические преобразователи, работающие в генераторном режиме, прежде всего синхронные генераторы, обеспечивают основную долю выработки электроэнергии. Другим крупнейшим потребителем электроэнергии в промышленности являются электротехнологические установки.

Управление рассматриваемыми объектами включает разнообразные задачи. Например, задачи пуска, торможения, защиты электромеханических преобразователей, которые решаются использованием, так называемых, разомкнутых систем управления. Для решения более сложных задач, связанных с поддержанием или целенаправленным изменением выходных координат объекта, применяются замкнутые системы управления. Использование таких систем позволяет обеспечить рациональные режимы работы самих технологических процессов и установок.

Так, например, управление режимами работы генерирующих устройств и многих энергоемких производственных установок (дуговые сталеплавильные печи, электрические нагревательные установки, прокатные станы, индукционные нагревательные установки и др.) осуществляется с помощью автоматических систем. Статические и динамические свойства этих систем оказывают существенное влияние на протекание электромагнитных и электромеханических переходных процессов в энергосистеме [1]. Особое влияние на режим работы систем электроснабжения (СЭС) оказывают мощные синхрон-

ные двигатели, оснащенные системами автоматического регулирования возбуждения [2]. При рациональных алгоритмах регулирования такие системы позволяют эффективно управлять показателями качества электроэнергии в узлах нагрузки электрических систем.

В предлагаемом пособии рассматриваются замкнутые системы автоматического управления электромеханическими преобразователями и электротехнологическими установками, общие принципы построения которых базируются на основных положениях теории автоматического регулирования и управления.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

1.1. Понятие об управлении и регулировании. классификация систем

В теории автоматического управления и регулирования [3-6] различные технологические процессы, промышленные установки и машины, элементы энергетических систем и так далее рассматривают как *объекты управления (ОУ)*. В качестве ОУ возьмем, например, синхронный генератор СГ (рис. 1.1).

Состояние ОУ можно характеризовать его выходными переменными (величинами, координатами).

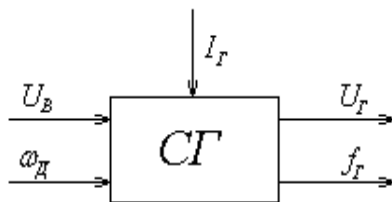


Рис. 1.1

Целью управления является обеспечение требуемого изменения некоторых выходных переменных объекта или поддержание их на постоянном уровне. Эти переменные называют *управляемыми* или *регулируемыми*. Выбор управляемой переменной (или переменных) зависит от конкретных условий решаемой технической задачи. Для синхронного генератора регулируемыми величинами могут быть частота f_r и (или) величина генерируемого напряжения U_r .

Требуемое изменение регулируемых величин осуществляется с помощью *регулирующих (управляющих)* воздействий на ОУ. Для синхронного генератора такими воздействиями могут быть скорость вращения приводного двигателя ω_d и напряжение возбуждения U_B .

В отличие от регулирующих воздействий, которые можно изменять целенаправленно, на ОУ действуют также *возмущающие* воздействия, вызывающие нежелательные изменения регулируемых вели-

чин. Основным возмущающим воздействием для синхронного генератора является изменение нагрузки – тока генератора I_G .

В качестве еще одного примера ОУ рассмотрим узел нагрузки СЭС (рис. 1.2, а). Предположим, что асинхронные двигатели М1, М2 потребляют активную $P_{а.д}$ и реактивную $Q_{а.д}$ мощности, величины которых могут изменяться. Синхронные двигатели М3, М4, работающие в режиме перевозбуждения, являются источниками реактивной мощности $Q_{с.д}$. Ставится задача стабилизации реактивной мощности Q_c , потребляемой от энергосистемы. Тогда для рассматриваемого ОУ (рис. 1.2, б) регулируемой величиной будет мощность $Q_c = Q_{а.д} - Q_{с.д}$, возмущающим воздействием – $Q_{а.д}$, а регулирующим воздействием – напряжение возбуждения синхронного двигателя, от которого зависит величина реактивной мощности $Q_{с.д}$.

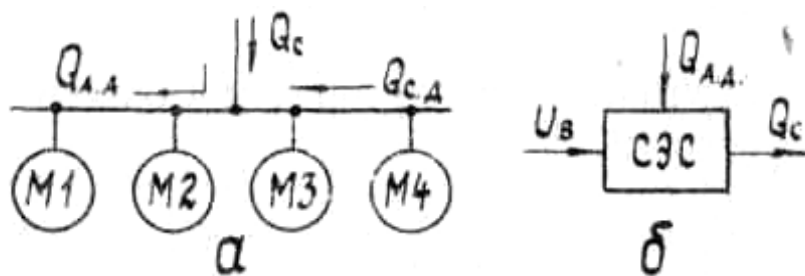


Рис. 1.2

В общем случае ОУ на функциональной схеме изображается прямоугольником (рис. 1.3) с входящими управляющими $X_{вх1}, X_{вх2}, \dots, X_{вх.n}$; возмущающими $X_{в1}, X_{в2}, \dots, X_{в.n}$ воздействиями и выходящими из него регулируемыми переменными $X_{вых1}, X_{вых2}, \dots, X_{вых.n}$.

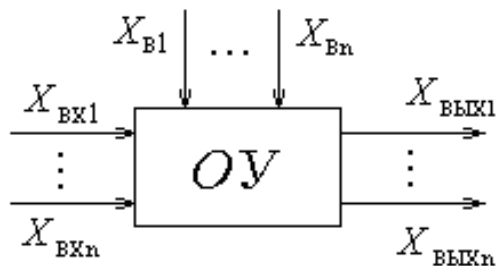


Рис. 1.3

При ручном и полуавтоматическом управлении требуемое изменение регулирующих воздействий на ОУ создается при участии человека. В случае автоматического управления формирование регулирующих воздействий на объект осуществляется с помощью автоматического управляющего устройства (регулятора), которое совместно с ОУ образует *систему автоматического управления (САУ)*.

В зависимости от требуемого характера изменения во времени регулируемой величины $X_{\text{вых}}$ САУ делят на системы стабилизации, программного управления и следящие.

Системы стабилизации предназначены для поддержания постоянного значения регулируемой величины. Задающее воздействие в таких системах $X_{\text{зд}} = \text{const}$. Часто требуется, например, обеспечить стабилизацию скорости вращения двигателя, напряжения и частоты синхронного генератора и др. Системы стабилизации называют также системами автоматического регулирования.

Системы программного управления предназначены для изменения управляемой величины по заранее известному закону (программе). С помощью таких систем может, например, осуществляться программное изменение реактивной мощности синхронного двигателя или конденсаторных батарей в зависимости от времени суток, движение по определенной траектории режущего инструмента металлообрабатывающего станка и др.

В *следящих системах* задающее воздействие, поступающее на систему, изменяется по заранее неизвестному закону. Такая система так же, как и система программного управления, должна обеспечить следование (слежение) выходной, управляемой переменной за задающим воздействием, так чтобы поддерживалось равенство $X_{\text{вых}} = X_{\text{зд}}$. Примером следящей системы может служить САУ, с помощью которой ось антенны радиолокационной станции сопровождает цель, движущуюся по заранее неизвестному закону, и др.

Кроме рассмотренного деления САУ дополнительно классифицируются по следующим основным признакам:

- 1) по виду уравнений, описывающих процессы управления, – на линейные и нелинейные;
- 2) по характеру передаваемых сигналов – на непрерывные и дискретные (импульсные и цифровые);
- 3) по характеру процессов управления – на детерминированные, в которых элементы взаимодействуют точно предвиденным образом, и вероятностные, имеющие случайные параметры или содержащие случайные процессы.

Далее рассматриваются непрерывные детерминированные системы.

При проектировании САУ в зависимости от предъявляемых технических требований используют различные принципы (методы) управления. Основные из них – управление по разомкнутому циклу, управление по разомкнутому циклу со связью по возмущению (или просто управление по возмущению), управление по отклонению, комбинированное управление.

1.2. Управление по разомкнутому циклу

Примером системы, реализующей этот принцип, может служить система управления напряжением U_r синхронного генератора G (рис. 1.4, а). На обмотку возбуждения генератора поступает напряжение U_B (регулирующее воздействие) от тиристорного возбудителя VS . Его величину можно изменять с помощью задающего воздействия $U_{зд}$, снимаемого с потенциометра R .

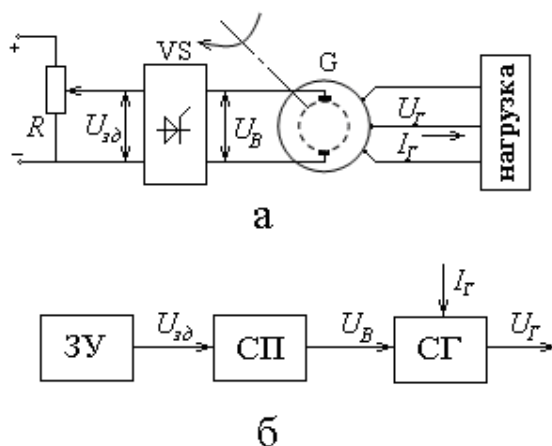


Рис. 1.4

Для пояснения принципа работы систем удобно использовать функциональные схемы, на которых элементы, выполняющие определенные функции, изображаются в виде прямоугольников (рис. 1.4, б). В рассматриваемой системе тиристорный возбудитель выполняет функцию силового преобразователя (СП), а потенциометр R является задающим устройством (ЗУ). Как видно из схемы, сигналы в разомкнутой системе передаются только в одном направлении – от входа к выходу.

При постоянном значении задающего воздействия и действии возмущений, например при изменении нагрузки, напряжение генератора может значительно отклоняться от заданного, следовательно, система не обеспечивает стабилизацию регулируемой величины.

Функциональная схема разомкнутой системы для общего случая показана на рис. 1.5. Она состоит из ОУ, силового преобразователя СП и задающего устройства ЗУ.

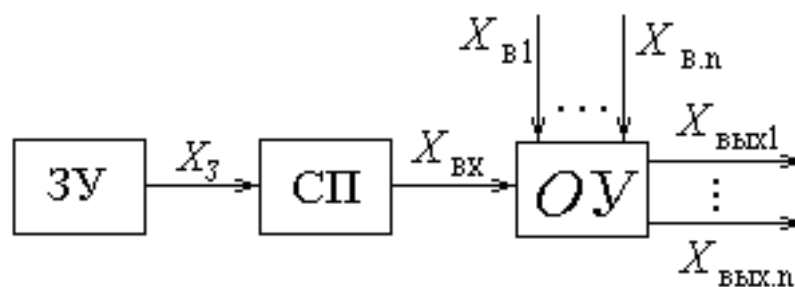


Рис. 1.5

Действие возмущений $X_{в1}, X_{в2}, \dots, X_{вn}$ в такой системе ничем не компенсируется, что приводит к большим погрешностям в регулировании выходных координат $X_{вых1}, X_{вых2}, \dots, X_{выхn}$.

Принцип управления по разомкнутому циклу не позволяет добиться точного слежения выходной переменной за изменяющимся задающим воздействием. Изменение выходной переменной вследствие инерционности элементов системы может значительно отставать от изменения задающего воздействия. В связи с этим при создании САУ используют другие принципы управления.

1.3. Принцип управления по возмущению

Система, построенная по этому принципу, состоит из следующих основных элементов (рис. 1.6): ОУ, регулятора и датчика возмущающего воздействия. Такая система является разомкнутой системой со связью по возмущению X_{B1} , а не замкнутой системой, так как в ней отсутствует связь выхода ОУ с входом регулятора.

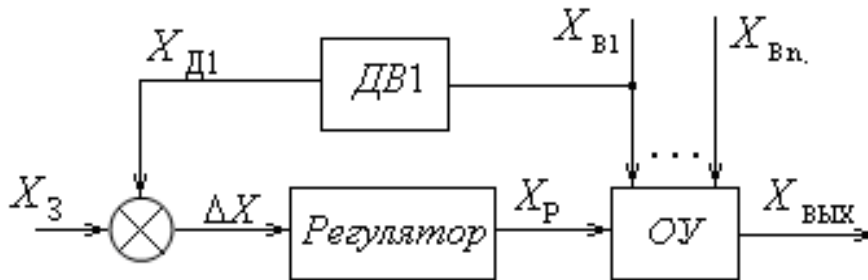


Рис. 1.6

В системе (см. рис. 1.6) к ОУ приложено несколько возмущающих воздействий $X_{B1}, X_{B2}, \dots, X_{Bn}$, и по одному из них (по X_{B1}) имеется канал связи, который состоит из датчика ДВ1 и элемента суммирования. Последний изображается в виде круга, разделенного на секторы, и предназначен для алгебраического суммирования входящих сигналов.

Выходной сигнал датчика X_{D1} , пропорциональный X_{B1} , складывается или вычитается из сигнала задания:

$$\Delta X = X_3 \pm X_{D1}.$$

Складывается, если увеличение X_{B1} приводит в разомкнутой системе к уменьшению $X_{вых}$, и вычитается, если увеличение X_{B1} приводит к увеличению $X_{вых}$.

В зависимости от величины сигнала ΔX регулятор вырабатывает управляющее воздействие X_p на ОУ, которое стремится уменьшить отклонение выходной величины от заданного значения. При действии остальных возмущений $X_{B2}, X_{B3}, \dots, X_{Bn}$ система работает как разомкнутая.

В качестве примера рассмотрим систему стабилизации напряжения синхронного генератора (рис. 1.7). Она содержит датчик ДВ основного возмущения – изменения тока нагрузки. Датчик состоит из трансформатора тока ТТ и выпрямительного моста VM . Напряжение $U_{ДВ}$ с выхода датчика складывается с задающим, и на вход VS поступает сигнал $U_{\Sigma} = U_{зд} + U_{ДВ}$. Если генератор работает на холостом ходу, $U_{ДВ} = 0$. При возрастании нагрузки напряжения $U_{ДВ}$ и U_{Σ} увеличиваются и на обмотку возбуждения генератора подается большее напряжение. Благодаря этому предотвращается снижение напряжения $U_{Г}$. Однако в такой системе не подавляется действие других возмущений. Например, нагрев обмотки возбуждения приведет к снижению тока возбуждения и, следовательно, регулируемой величины $U_{Г}$, но система на это реагировать не будет. Поскольку контролировать все возмущения сложно, точность стабилизации в системах управления по возмущению может оказаться низкой.

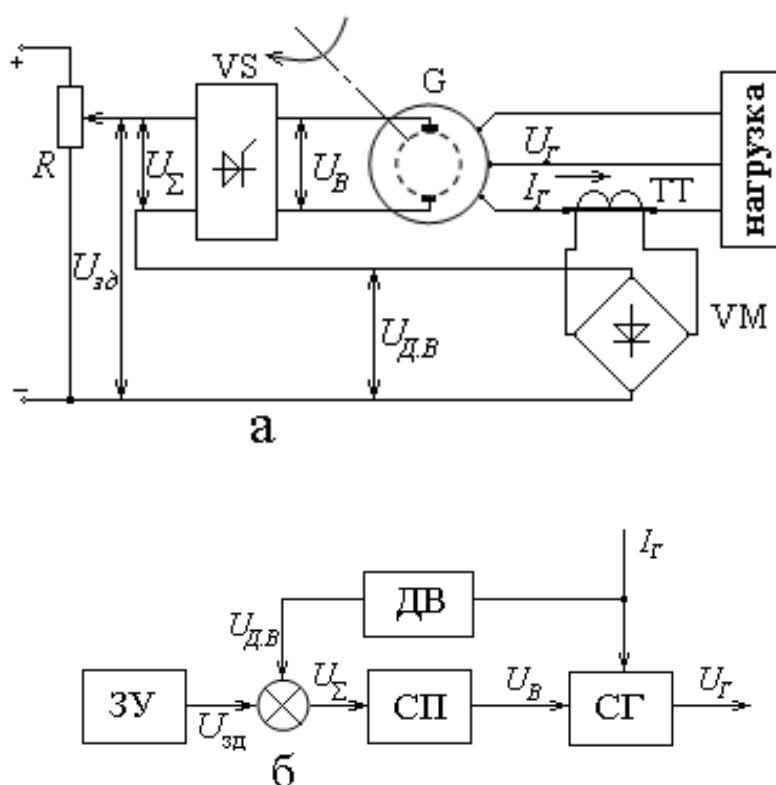


Рис. 1.7

Функциональная схема рассматриваемой системы приведена на рис. 1.7, б. Как видно по функциональной схеме, выход системы не связан со входом, т.е. система является разомкнутой. Управление по возмущению, так же как и управление по разомкнутому циклу, не позволяет обеспечить высокой точности слежения выходной величины за изменяющейся входной.

1.4. Принцип управления по отклонению

Основными звеньями системы автоматического управления, построенной по отклонению, являются (рис. 1.8) объект управления, регулятор и датчик регулируемой величины.

В САУ по отклонению измеренное значение действительного выходного сигнала X_{oc} вычитается из входного сигнала $X_{вх}$, а разностный сигнал – сигнал ошибки системы

$$\Delta X = X_{вх} - X_{oc}$$

– поступает на вход регулятора. В зависимости от величины сигнала ошибки ΔX регулятор вырабатывает управляющее воздействие X_p , которое препятствует отклонению действительного выходного сигнала от его желаемого значения.

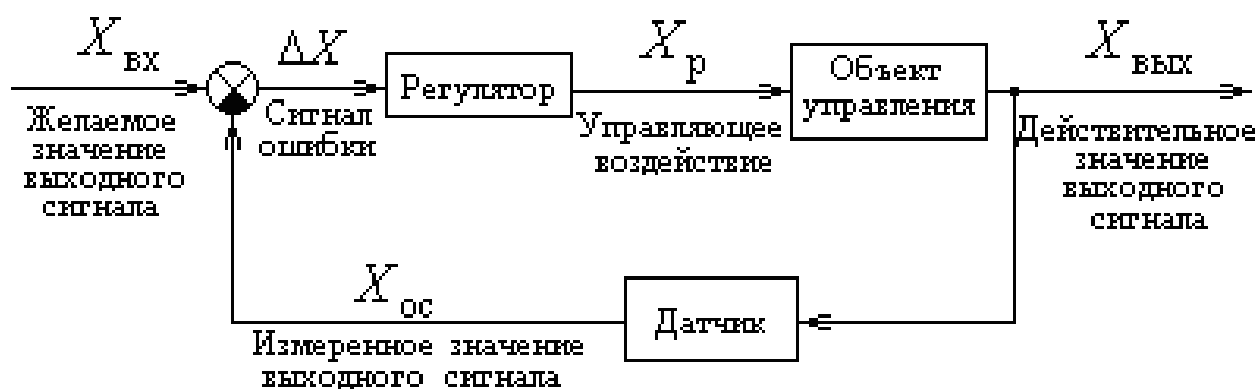


Рис. 1.8

Такая САУ является системой с отрицательной обратной связью, потому что измеренное значение выходного сигнала X_{oc} вычитается из входного сигнала.

Системы с ООС являются замкнутыми, а без ООС – разомкнутыми. Погрешность регулирования замкнутых САУ намного меньше погрешности разомкнутых систем, поэтому применение замкнутых систем как более сложных и дорогих целесообразно в тех случаях, когда разомкнутые системы не обеспечивают требуемой точности регулирования.

При управлении напряжением синхронного генератора этот принцип может быть реализован с помощью схемы, представленной на рис. 1.9, а. Здесь используется датчик регулируемой величины, состоящий из трансформатора напряжения TV и выпрямительного моста VM . Напряжение датчика $U_d = U_{oc}$, пропорциональное регулируемой величине U_r , сравнивается с задающим, и на вход тиристорного преобразователя VS поступает сигнал ошибки

$$U_{\delta} = U_{зд} - U_d. \quad (1.1)$$

В этой схеме любое отклонение регулируемой величины от заданного значения приводит к изменению сигнала датчика и сигнала ошибки, при этом напряжение возбуждения генератора U_b изменяется так, чтобы вернуть напряжение генератора к заданному значению. Например, при снижении напряжения U_r переменные будут изменяться следующим образом: U_d – уменьшится; U_{δ} – в соответствии с выражением (1.1) увеличится; U_b – возрастет; напряжение U_r в итоге будет возрастать, стремясь к заданному значению.

Функциональная схема, изображенная на рис. 1.9, б, наглядно показывает, что система управления по отклонению является замкнутой: в ней выходная величина, измеренная датчиком (Д), в виде сигнала обратной связи $U_{oc} = U_d$ поступает на вход, где сравнивается с задающим воздействием. Отрицательный знак связи условно указан зачернением соответствующего сектора узла сравнения. Для большей наглядности рядом, в скобках, могут показываться и знаки сигналов.

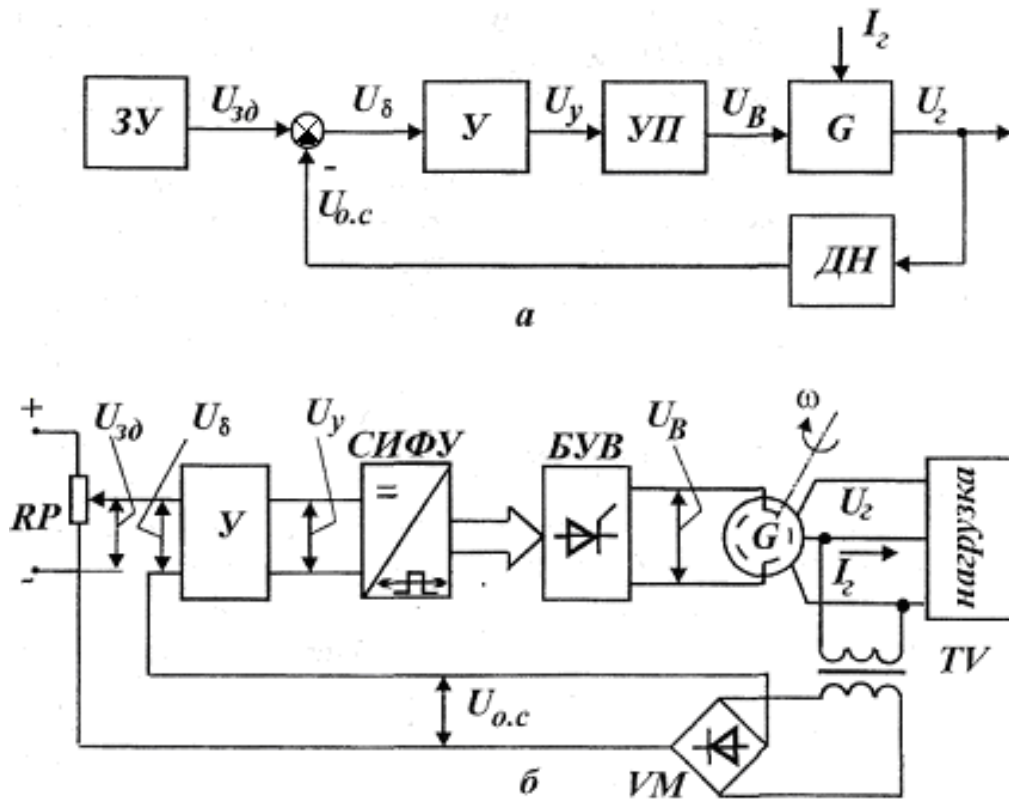


Рис. 1.9

В качестве еще одного примера управления по отклонению рассмотрим систему стабилизации внутреннего угла Θ синхронного двигателя M . Такие системы [2] используют для улучшения режима работы двигателя при переменной нагрузке. На обмотку возбуждения двигателя в этой схеме (рис. 1.10) поступает напряжение U_B с выхода тиристорного преобразователя VS . На вход VS через усилитель A подается сигнал ошибки $U_\delta = U_{зд} - U_{дy}$, где $U_{дy}$ – сигнал датчика (ДУ) внутреннего угла Θ .

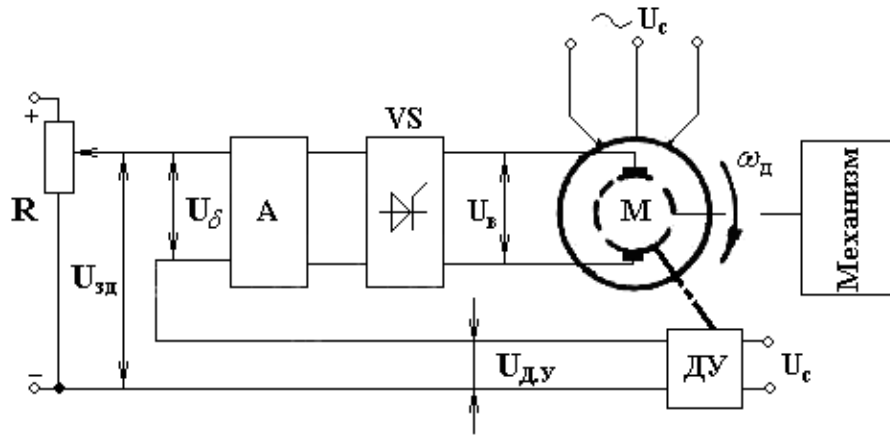


Рис. 1.10

Угловая скорость ω_d синхронного двигателя в установившихся режимах равна угловой скорости поля статора. В частности, для двигателя с одной парой полюсов (рис. 1.11, а) ω_d равна угловой скорости ω_c вектора напряжения сети $\dot{U}_c$. В переходных режимах, например при изменении нагрузки, ω_d изменяется, и вектор ЭДС двигателя $\dot{E}_d$, связанный с положением ротора, «отстает» или «догоняет» вектор $\dot{U}_c$.

Внутренний угол Θ характеризует взаимное положение векторов $\dot{U}_c$ и $\dot{E}_d$ и может рассматриваться в качестве выходной переменной синхронного двигателя. В установившихся режимах момент сопротивления M_c , создаваемый механизмом, уравнивается электромагнитным моментом $M_{эм}$, который для неявнополюсного двигателя описывается выражением

$$M_{эм} = \frac{m U_c E_d}{X_d \omega_d} \sin \Theta, \quad (1.2)$$

где m – число фаз; X_d – индуктивное сопротивление двигателя по продольной оси.

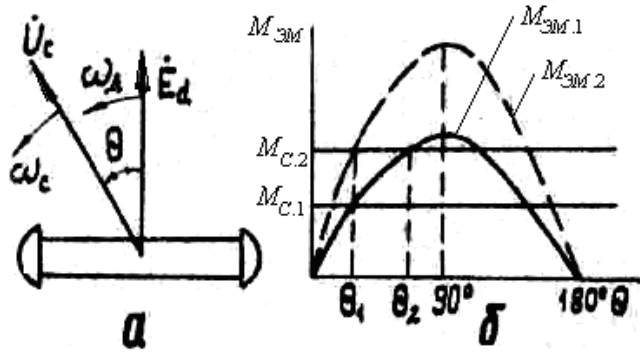


Рис. 1.11

Для некоторого значения $M_c = M_{c.1}$ угол Θ определяется по угловой характеристике $M_{эм.1}$ и равен Θ_1 (рис. 1.11, б). При увеличении момента до значения $M_{c.2}$ угол Θ принимает значение Θ_2 . Дальнейшее возрастание момента M_c может привести к тому, что двигатель выпадет из синхронизма. Для стабилизации угла Θ при увеличении момента сопротивления необходимо повышать E_d за счет увеличения напряжения возбуждения двигателя. В этом случае, в соответствии с выражением (1.2), двигатель будет переходить на новую, более высоко расположенную характеристику $M_{эм.2}$, а угол Θ может остаться неизменным.

Рассмотрим работу схемы по рис. 1.10. При возрастании угла Θ переменные будут изменяться следующим образом: $U_{д.у}$ — увеличится; $U_{\delta} = (U_{зд} - U_{д.у})$ — уменьшится; U_B — уменьшится; E_d — уменьшится; $M_{эм}$ — в соответствии с выражением (1.2) уменьшится, что вызовет дальнейшее возрастание угла Θ . Таким образом, вместо ожидаемой стабилизации угла Θ двигатель будет выпадать из синхронизма. Полученный результат объясняется следующим. Синхронный двигатель имеет отрицательный коэффициент передачи (см. пример 2.2), поэтому результирующий знак связи в системе оказывается положительным, что и приводит к ее неустойчивости. Необходимого отрицательного знака обратной связи в рассматриваемой схеме можно добиться, используя датчик с отрицательным коэффициентом передачи. В этом случае увеличение угла Θ вызовет следующие изменения пе-

ременных: $U_{дy}$ – уменьшится; U_{δ} – увеличится; U_B – увеличится, и угол Θ будет уменьшаться. При уменьшении угла сигналы будут изменяться так: $U_{дy}$ – увеличится; U_{δ} – уменьшится; U_B – уменьшится, и угол Θ начнет увеличиваться. Следовательно, система обеспечивает стабилизацию регулируемой величины. Приведенный пример подчеркивает, что система управления по отклонению должна обязательно выполняться как система с *отрицательной обратной связью* (ООС). В системах с ООС, называемых также *замкнутыми* системами, в отличие от систем управления по возмущению, подавляется действие не только возмущений определенного вида, но и любых возмущений вообще, т.е. принцип ООС обладает универсальными свойствами и может обеспечить неограниченную точность управления. Замкнутые системы представляют собой основной тип САУ, и именно их изучению уделяется главное внимание в теории автоматического управления.

В системах с ООС удастся также повысить точность слежения выходной величины за изменяющимся входным воздействием. Например, при ступенчатом изменении задающего воздействия (рис. 1.12, а) в системе управления напряжением генератора (см. рис. 1.9) на вход тиристорного возбудителя в первый момент времени поступает повышенное напряжение $U = U_{зд}$. Благодаря этому происходит

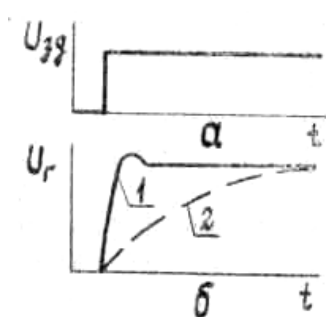


Рис 1.12

интенсивное нарастание выходной величины U_G (кривая 1 на рис. 1.12). По мере подъема напряжения сигнал ошибки $U = U_{зд} - U_d$ снижается, и напряжение U_G стремится к установившемуся значению. При этом выходная переменная значительно точнее следует за $U_{зд}$, чем в случае разомкнутой системы (кривая 2 на рис. 1.12).

В замкнутых системах, однако, могут возникать и расходящиеся переход-

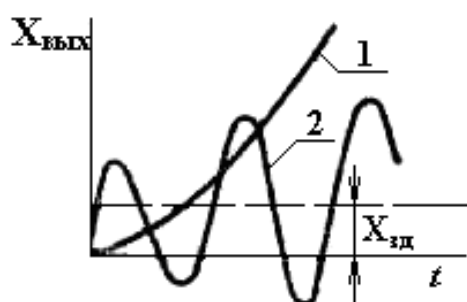


Рис 1.13

ные процессы. В случае положительной обратной связи выходная величина $X_{\text{ВЫХ}}$ может отклоняться от заданного значения по апериодическому закону (кривая 1 на рис. 1.13). Расходящийся процесс может возникать и в системе с ООС. Например, если в схеме на рис. 1.13 тиристорный возбудитель будет воздействовать на синхронный генератор излишне энергично, то регулируемая величина будет каждый раз приближаться к заданному значению $X_{\text{зд}}$ со все большим ускорением, и процесс будет расходящимся, колебательным (кривая 2 на рис. 1.13).

Расходящийся процесс свидетельствует о *неустойчивости системы*. Исследование устойчивости является одной из важнейших задач теории управления.

1.5. Комбинированный принцип управления

В системе, построенной по комбинированному принципу управления (рис. 1.14), имеются канал связи по одному из возмущающих воздействий, например по воздействию $X_{\text{В1}}$, и канал ООС по регулируемой величине $X_{\text{ВЫХ}}$.

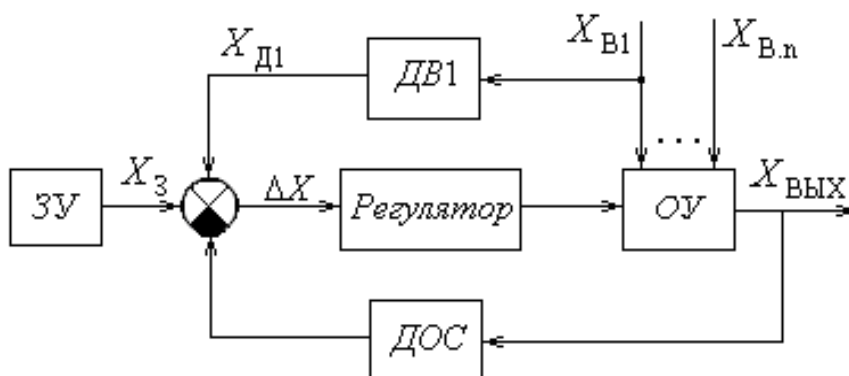


Рис. 1.14

Возмущающее воздействие измеряется датчиком ДВ1, а выходная величина $X_{\text{ВЫХ}}$ измеряется датчиком обратной связи ДОС. Если меняется только возмущение $X_{\text{В1}}$, то система работает как система со

связью по этому возмущению. При изменении выходной величины от действия других возмущений $X_{B2}, \dots, X_{Bn}$ система работает как система с ООС.

Вопросы для самопроверки

1. Какие переменные можно рассматривать в качестве регулируемой величины управляющего и возмущающего воздействий для двигателя постоянного тока независимого возбуждения, генератора постоянного тока?
2. Укажите достоинства и недостатки каждого из рассмотренных принципов управления.
3. Что понимается под ООС? Почему системы с ООС называют замкнутыми?

2. СТАТИКА СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Статика – установившийся режим работы, когда сигналы в системе не изменяются в функции времени. Для упрощения исследования систем их разбивают на отдельные звенья, обладающие направленностью действия. Такие звенья передают воздействие только со входа на выход и не оказывают влияния на состояние предыдущего звена. Основными задачами исследования статики являются выявление факторов, от которых зависит статическая точность системы, и изучение статических характеристик звеньев и систем [3-5], [8].

2.1. Коэффициент передачи звена. линеаризация статических характеристик

Свойства звена в установившемся режиме описываются уравнением статики $X_{\text{вых}} = \varphi(X_{\text{вх}})$, где $X_{\text{вых}}$ и $X_{\text{вх}}$ – соответственно выходная и входная переменные.

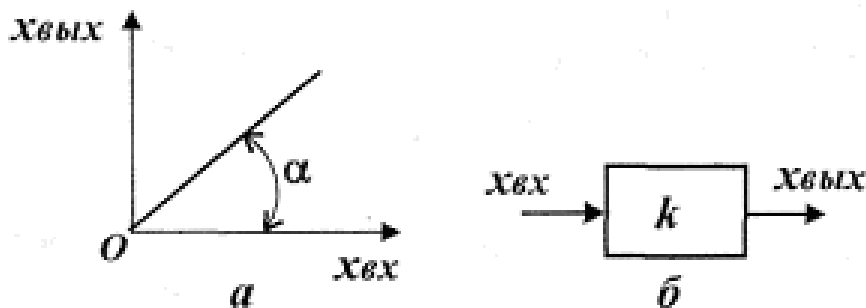


Рис. 2.1

График, изображающий функцию φ (рис. 2.1, а; 2.2), называется *статической характеристикой*. В случае линейной характеристики (см. рис. 2.1) уравнение статики имеет вид

$$X_{\text{вых}} = kX_{\text{вх}}. \quad (2.1)$$

Здесь *коэффициент передачи звена* k представляет собой отношение выходной переменной к входной:

$$k = X_{\text{вых}} / X_{\text{вх}} = \operatorname{tg} \alpha.$$

Если переменные $X_{\text{вых}}$ и $X_{\text{вх}}$ имеют одинаковую физическую природу, k называют коэффициентом усиления. В дальнейшем на структурных схемах статики, показывающих прохождение сигналов в системе, будем отражать свойства звеньев коэффициентом передачи (см. рис. 2.1, б).

В случае нелинейной характеристики (см. рис. 2.2) последнюю можно на достаточно малых участках приближенно заменить отрезками прямых (линеаризовать) и ввести понятие коэффициента передачи для отклонений:

$$k = \Delta X_{\text{вых}} / \Delta X_{\text{вх}} . \quad (2.2)$$

Использование этого понятия упрощает аналитическое исследование системы.

Линеаризация характеристик может быть выполнена двумя методами. При линеаризации по секущей (см. рис. 2.2, а) выбирают интервал (А, В), в пределах которого изменяются переменные, и заменяют действительную характеристику на этом интервале секущей АВ. Коэффициент передачи рассчитывают по выражению (2.2), определив $\Delta X_{\text{вх}}$ и $\Delta X_{\text{вых}}$ из графика. Этот метод удобно использовать, когда характеристика задана графически.

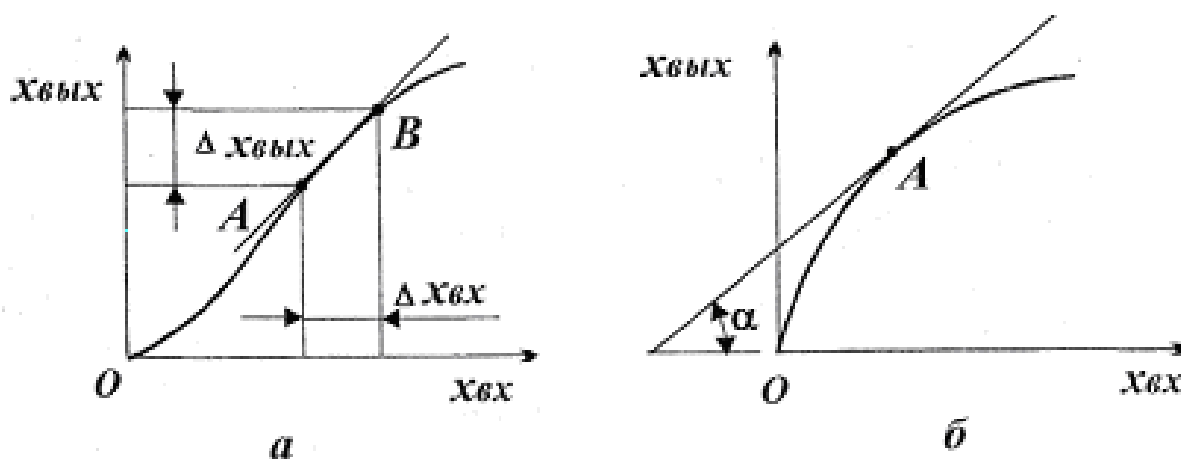


Рис 2.2

При линеаризации по касательной участок исходной характеристики (см. рис. 2.2, б) заменяют касательной, проведенной к рабочей

точке А. Учитывая, что $k = \operatorname{tg} \alpha$, а тангенс угла наклона касательной к кривой определяется через производную, можно записать

$$k = \left(\frac{dX_{\text{вых}}}{dX_{\text{вх}}} \right)_0. \quad (2.3)$$

Выражение (2.3) служит для аналитического определения коэффициента k , а индекс 0 показывает, что производная берется в определенной точке.

Таким образом, для нелинейной характеристики коэффициент передачи k устанавливает связь между отклонениями (приращениями) этих переменных, т. е.

$$\Delta X_{\text{вых}} = k \Delta X_{\text{вх}} = \left(\frac{dX_{\text{вых}}}{dX_{\text{вх}}} \right)_0 \Delta X_{\text{вх}}. \quad (2.4)$$

Его значение зависит от выбранной точки линеаризации.

Пример 2.1. Линеаризовать функцию $P = U^2/R$, считая переменной U .

Значение $U_0 = 100$ В, $R = 10$ Ом.

Из формулы (2.4)

$$k = \left(\frac{dP}{dU} \right)_0 = \frac{2 \cdot U_0}{R} = 20 \text{ Вт/В}.$$

Размерность k указана в соответствии с размерностями входной и выходной величин. Линеаризованное уравнение имеет следующий вид:

$$\Delta P = k \Delta U = 20 \Delta U.$$

В общем случае выходная переменная звена может быть нелинейной функцией нескольких входных величин:

$$X_{\text{вых}} = \varphi(X_{\text{вх.1}}, X_{\text{вх.2}}, \dots, X_{\text{вх.n}}).$$

Для линеаризации такой функции используют степенной ряд Тейлора. Пренебрегая членами второго порядка (и более), выражение для отклонений можно записать в виде

$$\Delta X_{\text{вых}} = \left(\frac{\partial X_{\text{вых}}}{\partial X_{\text{вх1}}} \right)_0 \Delta X_{\text{вх.1}} + \left(\frac{\partial X_{\text{вых}}}{\partial X_{\text{вх2}}} \right)_0 \Delta X_{\text{вх.2}} + \dots + \left(\frac{\partial X_{\text{вых}}}{\partial X_{\text{вхn}}} \right)_0 \Delta X_{\text{вх.n}}. \quad (2.5)$$

Значения частных производных здесь представляют собой коэффициенты передачи по соответствующим переменным, т. е. выражение (2.5) является обобщением формулы (2.4). Очевидно, что линеаризация применима только к непрерывно дифференцируемым нелинейностям. Звенья, не удовлетворяющие этим требованиям, например с релейными характеристиками, называются существенно нелинейными.

Пример 2.2. Линеаризовать выражение (1.2) для угловой характеристики синхронного двигателя, считая переменными E_d и угол Θ .

В соответствии с уравнением (2.5) получим

$$\begin{aligned} \Delta M_{\text{эм}} &= \left(\frac{\partial M_{\text{эм}}}{\partial \Theta} \right)_0 \Delta \Theta + \left(\frac{\partial M_{\text{эм}}}{\partial E_d} \right)_0 \Delta E_d = \\ &= \frac{mU_c E_{d0}}{x_d \omega_d} \cos \Theta_0 \Delta \Theta + \frac{mU_c}{x_d \omega_d} \sin \Theta_0 \Delta E_d = k_1 \Delta \Theta + k_2 \Delta E_d, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где $k_1 = \frac{mU_c E_{d0}}{x_d \omega_d} \cos \Theta_0$ и $k_2 = \frac{mU_c}{x_d \omega_d} \sin \Theta_0$ – коэффициенты передачи двигателя по приращению угла и приращению ЭДС.

Значения E_{d0} и Θ_0 принимаются в зависимости от выбранной точки линеаризации, например это могут быть номинальные значения ЭДС и угла. Из последнего выражения можно найти также коэффициент передачи двигателя по изменению ЭДС при постоянном моменте на валу. Принимая $\Delta M_{\text{эм}} = 0$, получим

$$k_3 = \frac{\Delta \Theta}{\Delta E_d} = -\frac{k_1}{k_2}.$$

Отрицательный знак коэффициента k_3 свидетельствует о том, что положительному приращению (увеличению) ЭДС E_d соответствует отрицательное приращение (уменьшение) угла Θ .

2.2. Определение коэффициентов передачи при различных способах включения звеньев

Звенья САУ могут быть включены одним из следующих способов: последовательно, параллельно, в виде участка (системы) с ООС, в виде участка (системы) с положительной обратной связью (ПОС).

Получим выражения для общего коэффициента передачи звеньев, включенных указанными способами.

Примечание. Здесь и далее для упрощения записей опускается знак приращения Δ , при этом не следует забывать, что в случае нелинейных звеньев рассматриваются приращения переменных.

При *последовательном включении* (рис. 2.3, а) выходная величина первого звена X_1 является входной для второго звена, в свою очередь, выходная величина второго звена поступает на вход третьего звена, и т. д. Учитывая это, можно записать следующее:

$$X_1 = k_1 X_{\text{вх}}, \quad X_2 = k_1 k_2 X_{\text{вх}}, \quad \dots, \quad X_{\text{вых}} = k_n X_{n-1} = k_1 k_2 \dots k_n X_{\text{вх}}.$$

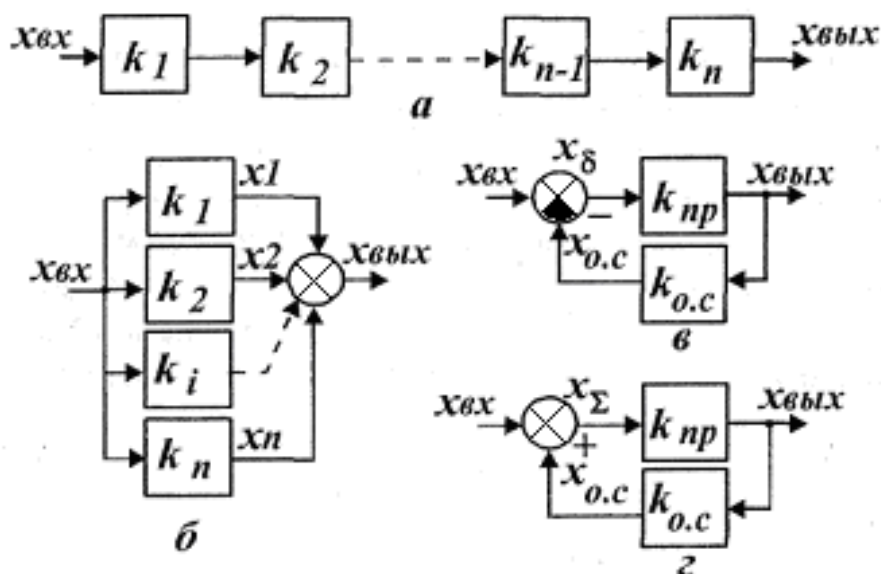


Рис. 2.3

Общий коэффициент передачи

$$k = \frac{X_{\text{вых}}}{X_{\text{вх}}} k_1 k_2 \dots k_n = \prod_{i=1}^n k_i. \quad (2.7)$$

В случае *параллельного включения* (рис. 2.3, б) на входы звеньев поступает сигнал $X_{\text{вх}}$, а их выходные величины суммируются:

$$X_{\text{вых}} = X_1 + X_2 + \dots + X_n = k_1 X_{\text{вх}} + k_2 X_{\text{вх}} + \dots + k_n X_{\text{вх}} = (k_1 + k_2 + \dots + k_n) X_{\text{вх}}.$$

Общий коэффициент передачи

$$k = \frac{X_{\text{вых}}}{X_{\text{вх}}} = k_1 + k_2 + \dots + k_n = \sum_{i=1}^n k_i. \quad (2.8)$$

В этом выражении коэффициенты передачи суммируются с учетом их знака.

Для случая *системы (участка) с ООС* свернутая схема приведена на рис. 2.3, в, где $k_{\text{пр}}$ и $k_{\text{о.с}}$ – коэффициенты передачи прямой цепи и цепи обратной связи. Если исходная схема содержит параллельно и последовательно включенные звенья, ее можно свести к указанному виду, используя выражения (2.7), (2.8). Выходной сигнал системы с ООС

$$X_{\text{вых}} = kX_{\delta},$$

а сигналы ошибки и обратной связи определяются соотношениями

$$X_{\delta} = X_{\text{вх}} - X_{\text{о.с}}; \quad X_{\text{о.с}} = k_{\text{о.с}} X_{\text{вых}}.$$

Подставляя их в выражение для $X_{\text{вых}}$, получим

$$X_{\text{вых}} = k_{\text{пр}}(X_{\text{вх}} - X_{\text{о.с}}) = k_{\text{пр}}X_{\text{вх}} - k_{\text{пр}}k_{\text{о.с}}X_{\text{вых}},$$

откуда общий коэффициент передачи

$$k = \frac{X_{\text{вых}}}{X_{\text{вх}}} = \frac{k_{\text{пр}}}{1 + k_{\text{пр}}k_{\text{о.с}}}. \quad (2.9)$$

Если систему с ООС разомкнуть, например, по цепи обратной связи, что условно показано на рис. 2.3, в, то звенья с коэффициентами $k_{\text{пр}}$ и $k_{\text{о.с}}$ будут включены последовательно и их общий коэффициент передачи

$$k_{\text{пр}}k_{\text{о.с}} = k_p. \quad (2.10)$$

Величину k_p называют *коэффициентом усиления разомкнутой системы* или глубиной связи.

Анализируя выражение (2.9), можно установить очень важное свойство ООС: если систему или звено с нестабильным коэффициентом $k_{\text{пр}}$ (в частности с нелинейной характеристикой) охватить ООС, то общий коэффициент передачи будет изменяться в меньших пределах (в частности, характеристика станет более линейной).

В случае системы с ПОС выражение для общего коэффициента передачи (рис. 2.3, г) может быть получено аналогично изложенному выше:

$$k = \frac{X_{\text{вых}}}{X_{\text{вх}}} = \frac{k_{\text{пр}}}{1 - k_{\text{пр}}k_{\text{о.с}}}. \quad (2.11)$$

При использовании ПОС нестабильность коэффициента передачи системы, как показывает анализ выражения (2.11), возрастает. Это обстоятельство ограничивает использование ПОС в системах управления.

2.3. Погрешность разомкнутой системы

Для оценки погрешности систем удобно пользоваться структурными схемами. Рассмотрим составление структурной схемы на примере системы «силовой преобразователь – двигатель постоянного тока с независимым возбуждением» (рис. 2.4).

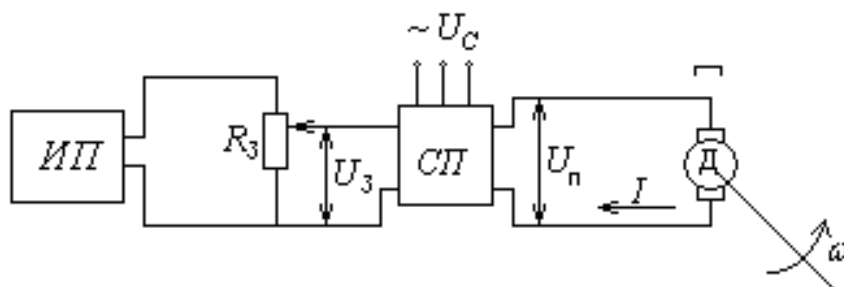


Рис. 2.4

Система состоит из источника питания ИП задатчика R_3 , силового преобразователя СП и электродвигателя Д с постоянными магнитами.

Составим уравнения статики для этой системы.

ЭДС силового преобразователя E_{Π} равна произведению напряжения задатчика $U_3 \pm \Delta U_3$ и коэффициента усиления силового преобразователя k_{Π} :

$$E_{\Pi} = k_{\Pi}(U_3 \pm \Delta U_3). \quad (2.12)$$

Здесь U_3 – «эталонное» напряжение задатчика; ΔU_3 – возможное отклонение напряжения от эталонного значения.

Напряжение силового преобразователя U_{Π} отличается от E_{Π} (равенство имеет место только на холостом ходу) на величину падения напряжения на внутреннем сопротивлении преобразователя R_{Π} :

$$U_{\Pi} = E_{\Pi} - IR_{\Pi}. \quad (2.13)$$

ЭДС электродвигателя E_d меньше приложенного напряжения U_n на величину падения напряжения на активном сопротивлении обмотки якоря, т. е.

$$E_d = U_n - IR_a. \quad (2.14)$$

ЭДС электродвигателя при постоянном магнитном потоке пропорциональна частоте ω вращения якоря:

$$E_d = c_e \Phi \omega_d,$$

откуда

$$\omega_d = \frac{1}{c_e \Phi} E_d = k_d E_d, \quad (2.15)$$

где $k_d = \frac{1}{c_e \Phi}$ – коэффициент передачи электродвигателя.

Возможное отклонение напряжения задатчика называют помехой задатчика и обозначают

$$h_3 = \pm \Delta U_3.$$

Так как величина тока якоря I пропорциональна моменту нагрузки двигателя, то произведения IR_n и IR_a в соотношениях (2.13) и (2.14) называют помехами преобразователя и двигателя от изменения нагрузки, или просто помехами нагрузки преобразователя и электродвигателя. Их обозначают буквами h_n и h_d . Знак минус можно включать в формулу помехи, а можно выносить в сектор сумматора. Если, например, обозначить $h_n = IR_n$, $h_d = IR_a$, то на структурной схеме знак минус будет изображен заштрихованным сектором.

С учетом этих обозначений формулы (2.12) – (2.15) примут вид

$$E_n = k_n (U_3 + h_3);$$

$$U_n = E_n - h_n;$$

$$E_d = U_n - h_d;$$

$$\omega_d = k_d E_d.$$

Этим уравнениям соответствует структурная схема (рис. 2.5).

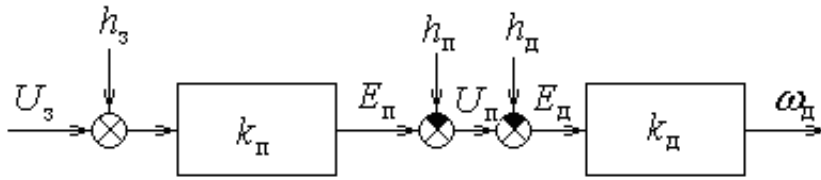


Рис. 2.5

Точность стабилизации регулируемой координаты в установившемся режиме принято оценивать статической ошибкой. Абсолютной статической ошибкой называют отклонение регулируемой координаты $\Delta X_{\text{вых.н}}$, вызванное фиксированными или номинальными возмущающими воздействиями. Если ее отнести к желаемому значению выходной величины $X_{\text{вых.0}}$, то получим формулу для определения относительной статической ошибки:

$$\gamma = \frac{\Delta X_{\text{вых.н}}}{X_{\text{вых.0}}}.$$

Пример 2.3. Найти величину статической ошибки разомкнутой системы ТП – Д ($k_{\text{п}} = 30$, $k_{\text{д}} = 2$ рад/Вс, $R_{\text{п}} = 0,2$ Ом, $R_{\text{я}} = 0,3$ Ом, $\omega_0 = 100$ рад/с), вызванную уменьшением напряжения задатчика на $\Delta U_{\text{з}} = -0,1$ В и увеличением тока якорной цепи от $I_1 = 1$ А до $I_2 = 11$ А.

Статическую ошибку удобно найти по структурной схеме системы. Для этого помехи следует привести к выходу системы и записать выражение для выходной координаты относительно возмущающих воздействий. Для разомкнутой системы (см. рис. 2.5) абсолютная статическая ошибка

$$\begin{aligned} \Delta \omega_{\text{раз}} &= h_{\text{з}} k_{\text{п}} k_{\text{д}} - (h_{\text{п}} + h_{\text{д}}) k_{\text{д}} = h_{\text{з}} k_{\text{п}} k_{\text{д}} - (I_2 - I_1)(R_{\text{п}} + R_{\text{я}}) k_{\text{д}} = \\ &= -0,1 \cdot 30 \cdot 2 - (11 - 1)(0,2 + 0,3) \cdot 2 = -16 \text{ рад/с}. \end{aligned}$$

Относительная статическая ошибка

$$\gamma_{\text{раз}} = \frac{\Delta \omega_{\text{раз}}}{\omega_0} = -\frac{16}{100} = -0,16,$$

в процентах $\gamma_{\text{раз}} \% = \frac{\Delta \omega_{\text{раз}}}{\omega_0} \cdot 100 = -\frac{16}{100} \cdot 100 = -16 \%$.

Знак минус показывает, что выходная величина уменьшается относительно заданного значения. В данном примере частота вращения

двигателя уменьшается на 16% относительно $\omega_0 = 100$ рад/с при уменьшении напряжения задатчика на 0,1 В и увеличении тока якорной цепи на 10 А.

2.4. Погрешность замкнутой системы

Рассмотрим замкнутую систему, структурная схема которой (рис. 2.6) состоит из задатчика входного сигнала $X_{\text{вх}}$ с помехой h_1 ; регулятора с коэффициентом усиления k_1 и помехой h_2 ; силового преобразователя с коэффициентом k_2 и помехой h_3 ; объекта управления с коэффициентом k_3 и помехами h_4 , h_5 ; датчика обратной связи с коэффициентом k_4 и помехой h_6 .

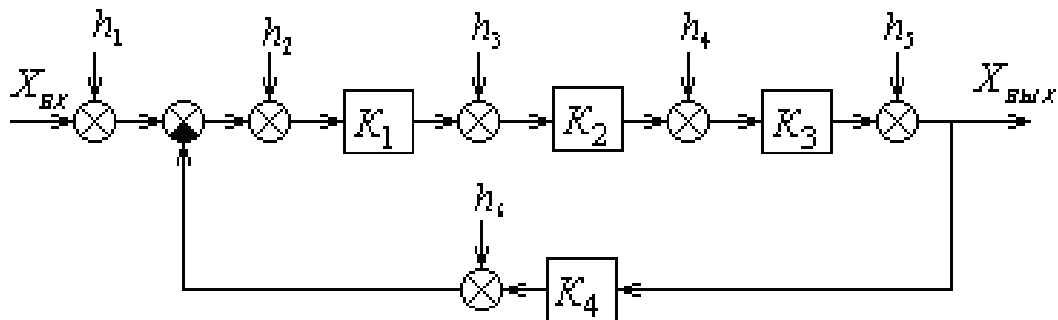


Рис. 2.6

Для определения статической ошибки все помехи приведем к выходу системы. Тогда суммарная помеха

$$h_{\Sigma} = (h_1 + h_2 + h_3)k_{\text{пр}} + h_3k_2k_3 + h_4k_4 + h_5,$$

где $k_{\text{пр}} = k_1k_2k_3$ – коэффициент передачи прямого канала.

Структурную схему можно упростить (рис. 2.7).

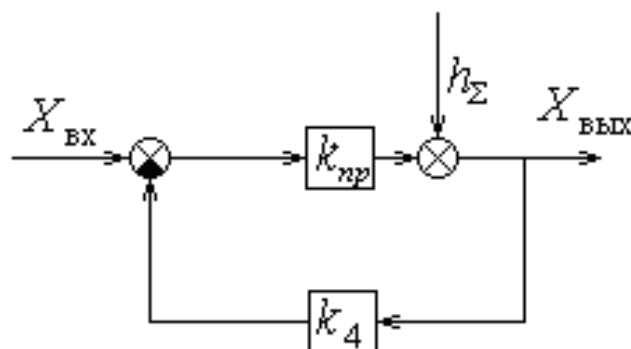


Рис. 2.7

Запишем уравнение статики для замкнутой системы:

$$X_{\text{вых}} = X_{\text{вх}} k_{\text{пр}} - X_{\text{вых}} k_p + h_{\Sigma},$$

где $k_p = k_1 k_2 k_3 k_4$ – коэффициент усиления разомкнутой системы.

После преобразования это уравнение принимает вид

$$X_{\text{вых}} = \frac{k_{\text{пр}}}{1 + k_p} X_{\text{вх}} + \frac{h_{\Sigma}}{1 + k_p}.$$

Так как суммарная помеха h_{Σ} есть абсолютная статическая ошибка разомкнутой системы, т. е. $h_{\Sigma} = \Delta X_{\text{вых.р}}$, то абсолютная статическая ошибка замкнутой системы

$$\Delta X_{\text{вых.з}} = \frac{\Delta X_{\text{вых.р}}}{1 + k_p} = \frac{h_{\Sigma}}{1 + k_p}$$

или

$$\Delta X_{\text{вых.з}} = \frac{(h_1 + h_2 + h_3)k_{\text{пр}}}{1 + k_p} + \frac{h_3 k_2 k_3}{1 + k_p} + \frac{h_4 k_3}{1 + k_p} + \frac{h_5}{1 + k_p}.$$

Обычно в замкнутых системах $k_p \gg 1$, поэтому единицей в знаменателе можно пренебречь. Тогда ошибка регулирования

$$\Delta X_{\text{вых.з}} \approx \frac{h_1 + h_2 + h_6}{k_4} + \frac{h_3}{k_1 k_4} + \frac{h_4}{k_1 k_2 k_4} + \frac{h_5}{k_1 k_2 k_3 k_4}.$$

Из этого выражения следует, что «вес» помех неодинаков. Действие помехи тем сильнее, чем ближе ко входу она приложена, поэтому в отношении подавления помех h_1 , h_2 , h_6 имеется только один путь – принять все меры к тому, чтобы эти помехи не появлялись. Обычно эта задача решается за счет питания задающего устройства высокостабильным напряжением и выбора регулятора и датчика обратной связи высокого качества.

Влияние остальных помех h_3 , h_4 , h_5 на величину статической ошибки можно сделать сколь угодно малым за счет выбора регулятора с большим коэффициентом усиления.

В системах с пропорциональными (П), пропорционально-интегральными (ПИ) и пропорционально-интегрально-дифференциальными (ПИД) регуляторами из-за наличия в них интегрирующего звена этот коэффициент равен бесконечности, поэтому статическая

ошибка у таких систем зависит только от помех, приложенных до регулятора, т. е.

$$\Delta X_{\text{вых.3}} = \frac{h_1 + h_2 + h_4}{k_4}.$$

Следует вывод, что погрешность замкнутых астатических систем (с И-, ПИ-, ПИД-регуляторами, с И-звеньями) не зависит от помех, приложенных между регулятором и выходом системы.

Для уменьшения погрешности статических систем (с П-регулятором) необходимо повышать коэффициент усиления регулятора. Вместе с тем неограниченное его увеличение недопустимо, так как при некотором его предельном значении замкнутая система, состоящая из устойчивых звеньев, может потерять устойчивость и по этой причине оказаться непригодной к работе.

2.5. Статическое и астатическое регулирование и управление

Одной из важнейших характеристик систем стабилизации является зависимость регулируемой величины от возмущающего воздействия (нагрузки) на объект. По виду таких рабочих характеристик различают статическое и астатическое регулирование. Рассмотрим статическую и астатическую системы стабилизации напряжения генератора постоянного тока.

Схема *статической системы* (рис. 2.8, а) содержит генератор постоянного тока G , промежуточный усилитель A , к выходу которого подключена обмотка возбуждения W генератора, и задающий потенциометр R . Сигнал ООС $U_{\text{о.с.}}$ снимается с делителя напряжения R_d и поступает на вход системы, где сравнивается с напряжением $U_{\text{зд}}$. На вход усилителя поступает сигнал ошибки $U_{\delta} = U_{\text{зд}} - U_{\text{о.с.}}$. В разомкнутой системе напряжение генератора изменяется в функции тока якоря I_r в соответствии с выражением

$$U_r = U_{r0} - I_r R_r, \quad (2.16)$$

где R_r – сопротивление якорной цепи генератора.

Рабочая характеристика разомкнутой системы показана на рис. 2.8, б линией 1. В замкнутой системе регулируемая координата U_r тоже зависит от величины возмущения (линия 2), что является отличительной особенностью рабочей характеристики статической системы, однако благодаря действию ООС изменение выходной величины здесь оказывается меньше, чем в разомкнутой системе.

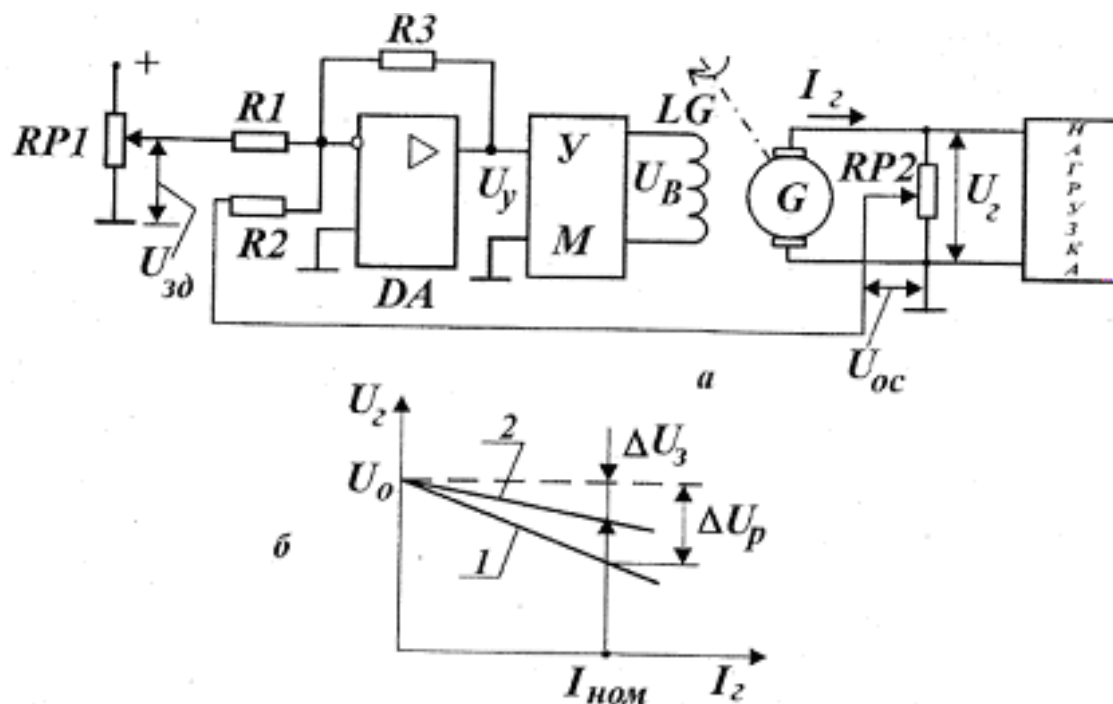


Рис. 2.8

Точность поддержания стабилизируемой координаты в установившемся режиме оценивают, как уже отмечалось выше, величинами статических ошибок. *Абсолютной статической ошибкой* называют отклонение выходной величины от заданного значения при действии некоторого (обычно номинального) возмущения. Величины абсолютных ошибок разомкнутой ΔU_p и замкнутой ΔU_3 систем могут быть определены, например, по экспериментально полученным рабочим характеристикам (см. рис. 2.8, б).

Относительные статические ошибки разомкнутой и замкнутой систем рассчитывают по выражениям

$$\gamma_p = \frac{\Delta U_p}{\Delta U_{r0}} 100\%; \quad \gamma_3 = \frac{\Delta U_3}{\Delta U_{r0}} 100\%,$$

где $U_{г0}$ – заданное значение напряжения генератора.

Для аналитического определения статических ошибок замкнутой системы используется структурная схема статики (рис. 2.9). На ней свойства отдельных звеньев (генератора, усилителя и делителя напряжения) отражены коэффициентами передачи

$$k_{г} = \frac{E_{г}}{U_{В}}; \quad k_{у} = \frac{U_{В}}{U_{\delta}}; \quad k_{д} = \frac{U_{о.с}}{U_{г}}.$$

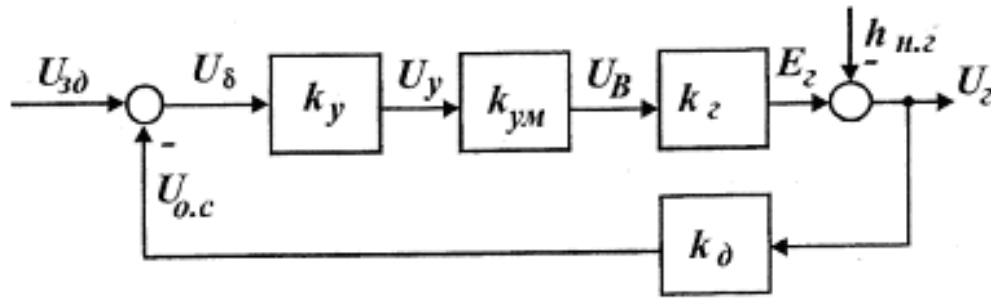


Рис 2.9

Коэффициент усиления генератора определяется по его характеристике холостого хода, т. е. за выходную величину принимается ЭДС генератора $E_{г} = U_{г0}$. Регулируемая же величина системы $U_{г}$ описывается соотношением (2.16). На структурной схеме это учитывается введением сигнала помехи от изменения нагрузки генератора $h_{н.г}$. Для номинального тока генератора помеха нагрузки

$$h_{н.г} = I_{г.н} R_{г} = \Delta U_{р}. \quad (2.17)$$

Регулируемая величина замкнутой системы определяется как результат действия помехи и сигнала на входе усилителя:

$$U_{г.з} = U_{\delta} k_{у} k_{г} - h_{н.г}.$$

Подставляя в это соотношение выражения для сигнала ошибки $U_{\delta} = U_{зд} - U_{о.с}$ и сигнала обратной связи $U_{о.с} = k_{д} U_{г.з}$, а также учитывая, что $k_{у} k_{г} k_{д} = k_{р}$, после преобразований получим

$$U_{г.з} = \frac{k_{у} k_{г}}{1 + k_{р}} U_{зд} - \frac{h_{н.г}}{1 + k_{р}}.$$

Первое и второе слагаемые в этом выражении представляют собой соответственно заданное напряжение генератора $U_{г0}$ и статическую ошибку замкнутой системы, вызванную действием возмущения. С учетом выражения (2.17) для $h_{н.г}$ можно записать

$$\Delta U_3 = \frac{\Delta U_p}{1 + k_p}. \quad (2.18)$$

Поделив левую и правую части соотношения (2.17) на $U_{г0}$, получим выражение для относительной статической ошибки замкнутой системы

$$\gamma_3 = \frac{\gamma_p}{1 + k_p}, \quad (2.19)$$

где $\gamma_p = \frac{\Delta U_p}{U_{г0}}$ – относительная статическая ошибка разомкнутой системы.

Таким образом, в замкнутой статической системе абсолютная и относительная ошибки будут, согласно выражениям (2.18), (2.19), в $(1 + k_p)$ раз меньше по сравнению с соответствующими ошибками разомкнутой системы.

Введение в схему усилителя позволяет увеличить коэффициент усиления разомкнутой системы k_p и тем самым добиться снижения статической ошибки замкнутой системы.

Схема *астатической системы* (рис. 2.10, а) дополнительно к элементам статической содержит исполнительный двигатель M постоянного тока независимого возбуждения. Его якорь подключен к выходу усилителя. Обмотка возбуждения генератора W_1 в этой схеме питается от источника постоянного тока через регулируемое сопротивление $R1$, движок которого механически соединен с валом двигателя M . При всяком отклонении напряжения генератора от заданного значения появляется сигнал ошибки $U_\delta = U_{зд} - U_{о.с}$, поступающий на двигатель через усилитель. Двигатель начинает вращаться и перемещать движок сопротивления $R1$. При этом напряжение U_B на обмотке возбуждения генера-

тора изменяется так, чтобы свести сигнал ошибки к нулю. В идеальной астатической системе установившийся режим наступает (двигатель M останавливается) при $U_\delta = 0$, и рабочая характеристика имеет вид прямой, параллельной оси абсцисс (рис. 2.10, б).

В реальной схеме при достаточно малых изменениях напряжения ошибки U_δ , а следовательно, и напряжения U_1 на двигателе, он остается неподвижным. В результате в системе возможно возникновение статической ошибки, лежащей в пределах зоны нечувствительности $\pm U_3$ (см. рис. 2.10, б). В отличие от статической системы здесь величина статической ошибки не зависит от приложенного возмущения.

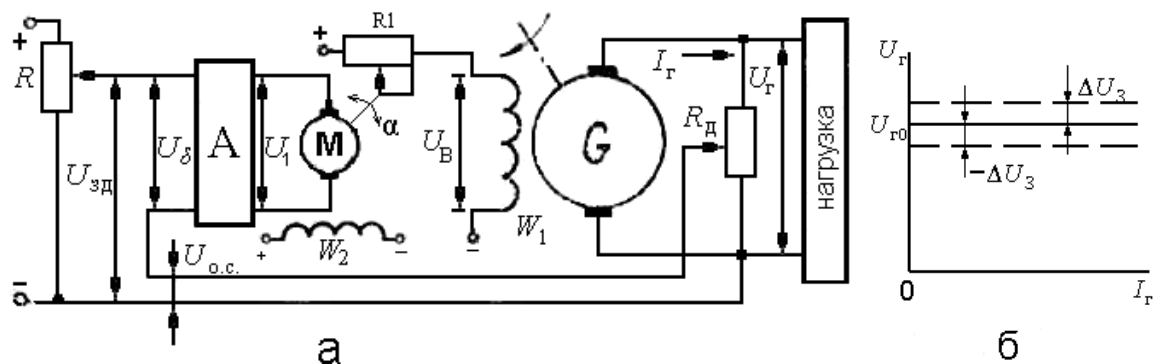


Рис. 2.10

Структурная схема системы (рис. 2.11) наряду со звеньями, входящими в статическую систему, содержит два дополнительных звена. Одно из них, с коэффициентом передачи k_B , отражает изменение напряжения возбуждения U_B за счет изменения сопротивления R_1 при повороте вала двигателя M на некоторый угол α . Второе, с коэффициентом k_n , характеризует взаимосвязь между приращением угла α и приращением напряжения U_1 на якоре двигателя. То, что выходной величиной двигателя M в этой схеме является угол поворота его вала α , и придает схеме особые свойства. Действительно, при постоянном значении напряжения U_1 на якоре двигателя он будет вращаться с постоянной скоростью, а угол α будет стремиться к бесконечности. Следовательно, коэффициент передачи этого звена $k_n = \alpha/U_1 \rightarrow \infty$.

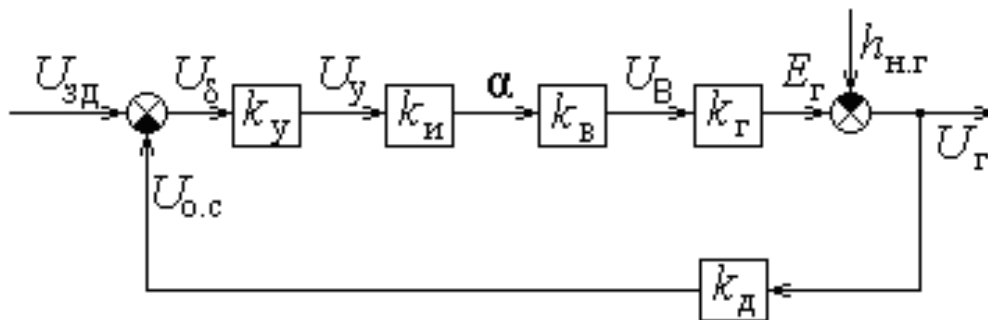


Рис. 2.11

Звенья, обладающие такими свойствами, называют интегрирующими или астатическими. Наличие в астатической системе интегрирующего звена приводит к тому, что ее коэффициент усиления в разомкнутом состоянии $k_p = k_y k_{\text{и}} k_{\text{в}} k_{\text{г}} k_{\text{д}} \rightarrow \infty$. Бесконечно большое значение коэффициента k_p позволяет, согласно выражениям (2.18), (2.19), свести к нулю в такой системе статическую ошибку от изменения нагрузки.

Вопросы для самопроверки

1. Линеаризуйте уравнение $P = UI \cos \varphi$, считая переменными U , I и φ . Значение переменных в точке линеаризации $U_0 = 100$ В, $I_0 = 10$ А, $\varphi_0 = 45^\circ$.
2. Какие способы включения звеньев используют в САУ? Как при этом определяют общий коэффициент передачи?
3. Какими свойствами обладает ООС и ПОС?
4. В чем отличие статического и астатического регулирования? От чего зависят статические ошибки статической и астатической систем?

3. Динамические характеристики звеньев и систем

В результате изменения задающих воздействий и возмущений в системе возникают переходные процессы, при этом ее координаты изменяются в функции времени. Для исследования динамики системы, как и в статике, ее разбивают на звенья. Причем здесь стремятся, чтобы звенья кроме направленности действия имели наиболее простое математиче-

ское описание. Далее может быть составлена структурная схема системы в динамике и изучено ее поведение в переходных режимах. Описание динамических свойств звеньев и систем может быть выполнено в форме дифференциальных уравнений, передаточных функций, переходных (временных) и частотных характеристик [3]-[6].

3.1. Дифференциальные уравнения звеньев и систем

Рассмотрим электрическую цепочку (рис. 3.1), состоящую из индуктивности L и активного сопротивления R .

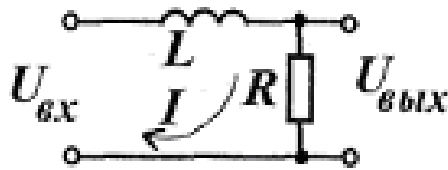


Рис. 3.1

Принимая за входное воздействие напряжение $U_{\text{вх}}$, можно записать

$$U_{\text{вх}} = L \frac{dI}{dt} + RI.$$

Выразим ток цепи и его производную через выходную величину $U_{\text{вых}}$:

$$I = \frac{U_{\text{вых}}}{R}, \quad \frac{dI}{dt} = \frac{1}{R} \cdot \frac{dU_{\text{вых}}}{dt}.$$

Подставляя их в исходное соотношение, получим

$$U_{\text{вх}} = \frac{L}{R} \frac{dU_{\text{вых}}}{dt} + U_{\text{вых}}.$$

В теории регулирования дифференциальные уравнения записывают в стандартной форме, располагая в левой части выходную величину и ее производные, а в правой – входную и ее производные:

$$T \frac{dU_{\text{вых}}}{dt} + U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}}, \quad (3.1)$$

где $T = L/R$ – постоянная времени, с.

Если коэффициент при выходной величине равен единице, как в уравнении (3.1), то остальные коэффициенты в левой части имеют

размерность времени и называются *постоянными времени*. Их размерность – секунда в степени, равной порядку производной, перед которой стоит данный коэффициент.

Для исследования систем с нелинейными звеньями их характеристики линеаризуют, что позволяет получить математическое описание в форме линейных дифференциальных уравнений, которые можно решить в общем виде.

Получим дифференциальное уравнение для генератора постоянного тока, вращающегося с постоянной скоростью. Для ненасыщенного генератора при ряде допущений [5] уравнение цепи возбуждения для приращений можно записать в виде

$$U_B = L_B \frac{dI_B}{dt} + I_B R_B,$$

где R_B и L_B – сопротивление и индуктивность обмотки возбуждения; U_B и I_B – напряжение и ток обмотки возбуждения.

Линеаризуя характеристику холостого хода генератора $E_\Gamma = f(U_B)$, найдем коэффициент передачи генератора для приращений:

$$k_\Gamma = \frac{E_\Gamma}{U_B} = \frac{E_\Gamma}{I_B R_B},$$

откуда

$$I_B = \frac{E_\Gamma}{k_\Gamma R_B}; \quad \frac{dI_B}{dt} = \frac{1}{k_\Gamma R_B} \cdot \frac{dE_\Gamma}{dt}.$$

Подставляя эти выражения в уравнение цепи возбуждения, после элементарных преобразований получим

$$T_B \frac{dE_\Gamma}{dt} + E_\Gamma = k_\Gamma U_B, \quad (3.2)$$

где $T_B = L_B / R_B$ – постоянная времени цепи возбуждения, с.

Составим дифференциальные уравнения для синхронного двигателя. Разобьем его на два звена. За входную переменную первого звена примем напряжение возбуждения двигателя U_B , за выходную – его ЭДС по продольной оси E_d . Уравнение первого звена при не-

которых упрощениях [2] может быть записано в форме, аналогичной выражению (3.2):

$$T_d \frac{dE_d}{dt} + E_d = k_B U_B, \quad (3.3)$$

где T_d – постоянная времени цепи возбуждения синхронного двигателя, с; $k_B = E_d/U_B$ – коэффициент усиления синхронного двигателя по цепи возбуждения.

Для выявления динамических свойств второго звена воспользуемся основным уравнением движения электропривода

$$J \frac{d\omega_d}{dt} = M_{эм} + M_{a.c} - M_c,$$

где J – момент инерции двигателя и механизма; ω_d – угловая скорость двигателя; $M_{эм}$, $M_{a.c}$, M_c – моменты соответственно электромагнитный, асинхронный и статический.

Асинхронный момент синхронного двигателя создается пусковой обмоткой и при малых изменениях скорости пропорционален скольжению s :

$$M_{a.c} = As,$$

где A – коэффициент пропорциональности.

Выразим скорость вращения ω_d и скольжение s через внутренний угол Θ . Угол Θ в соответствии с рис. 1.11, a может быть найден как разность углов поворотов векторов $\dot{U}_c$ и $\dot{E}_d$, вращающихся с угловыми скоростями ω_c и ω_d :

$$\Theta = \int_0^t \omega_c dt - \int_0^t \omega_d dt.$$

Дважды дифференцируя это выражение и учитывая, что $\omega_c = const$, получим

$$\frac{d\Theta}{dt} = \omega_c - \omega_d; \quad \frac{d^2\Theta}{dt^2} = -\frac{d\omega_d}{dt},$$

откуда

$$S = \frac{\omega_c - \omega_d}{\omega_c} = \frac{1}{\omega_c} \cdot \frac{d\Theta}{dt}.$$

Тогда уравнение движения электропривода с учетом выражений для $M_{a.c}$ и $M_{эм}$ (см. соотношение (2.6) в примере 2.2) можно переписать в виде

$$J \frac{d^2 \Theta}{dt^2} + \frac{A}{\omega_c} \frac{d\Theta}{dt} + k_1 \Theta = -k_2 E_d + M_c. \quad (3.4)$$

Поделив обе части этого уравнения на k_1 , приведем его к стандартному виду:

$$T_2^2 \frac{d^2 \Theta}{dt^2} + T_1 \frac{d\Theta}{dt} + \Theta = k_3 E_d + k_4 M_c, \quad (3.5)$$

где постоянные времени T_2 , T_1 и коэффициенты передачи k_3 , k_4 будут следующими:

$$T_2^2 = \frac{J}{k_1}; \quad T_1 = \frac{A}{\omega_c k_1}; \quad k_3 = -\frac{k_2}{k_1}; \quad k_4 = \frac{1}{k_1}.$$

Таким образом, динамические свойства синхронного двигателя для рассматриваемых переменных определяются дифференциальными уравнениями (3.3), (3.5).

Для линейной (линеаризованной) системы с выходной переменной $X_{вых}$ и входной $X_{вх}$ в общем случае дифференциальное уравнение имеет n -ный порядок

$$\begin{aligned} a_0 \frac{d^n X_{вых}^n}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} X_{вых}^n}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dX_{вых}^n}{dt} + a_n X_{вых}^n = \\ = b_0 \frac{d^m X_{вх}^m}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} X_{вх}^m}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{dX_{вх}^m}{dt} + b_m X_{вх}^m. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Причем для линеаризованной системы в качестве переменных здесь следует рассматривать приращения $X_{вх}$ и $X_{вых}$.

3.2. Передаточные функции

Для нахождения передаточной функции предварительно трансформируют дифференциальное уравнение звена или системы, используя преобразование Лапласа. Если имеется некоторая функция $f(t)$ независимой действительной переменной (в данном случае вре-

мени), то преобразованной функцией называют функцию $F(p)$, определяемую соотношением

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt, \quad (3.7)$$

где $p = \sigma \pm j\beta$ – произвольное комплексное число (оператор Лапласа).

Исходную функцию $f(t)$ называют оригиналом, а функцию $F(p)$ – изображением функции $f(t)$.

Преобразования Лапласа, часто используемые при расчетах систем, приведены в табл. 3.1. Как следует из этих данных, дифференцированию исходной функции соответствует умножение преобразованной функции на p , а интегрированию (в пределах от 0 до t) – деление преобразованной функции на p . Приведенные соотношения справедливы только при нулевых начальных условиях, т. е. когда для $t=0$ в системе n -ного порядка выходная величина и все ее производные от первой до $(n-1)$ -й равны нулю. Для выполнения этих условий при исследовании систем и звеньев за $t=0$ принимают момент изменения входного или возмущающего воздействия, вызывающего переходный процесс.

Таблица 3.1

$f(t)$ (оригинал)	$F(p)$ (изображение)
$1(t)$	$1/p$
$af(t)$	$aF(p)$
$f_1(t) + f_2(t)$	$F_1(p) + F_2(p)$
$\frac{d[f(t)]}{dt}$	$pF(p)$
$\frac{d^n[f(t)]}{dt^n}$	$p^n F(p)$
$\int_0^t f(t)dt$	$F(p)/p$

Осуществим преобразование Лапласа над уравнением (3.1) электрической цепи (здесь и далее изображение функции будем обозначать той же буквой, что и оригинал):

$$TpU_{\text{ВЫХ}}(p) + U_{\text{ВЫХ}}(p) = U_{\text{ВХ}}(p),$$

или

$$U_{\text{ВЫХ}}(p)(Tp + 1) = U_{\text{ВХ}}(p).$$

Под передаточной функцией понимают отношение изображений Лапласа выходного и входного сигналов при нулевых начальных условиях. Для рассматриваемого звена передаточная функция

$$W(p) = \frac{U_{\text{ВЫХ}}(p)}{U_{\text{ВХ}}(p)} = \frac{1}{(Tp + 1)}.$$

Преобразовав по Лапласу уравнение (3.2), найдем передаточную функцию генератора постоянного тока для приращений переменных:

$$(T_{\text{В}}p + 1)E_{\text{Г}}(p) = k_{\text{Г}}U_{\text{В}}(p);$$

$$W_{\text{Г}}(p) = \frac{E_{\text{Г}}(p)}{U_{\text{В}}(p)} = \frac{k_{\text{Г}}}{T_{\text{В}}p + 1}. \quad (3.8)$$

Таким образом, в динамике связь между изображениями переменных устанавливается с помощью передаточной функции (рис. 3.2) в виде

$$X_{\text{ВЫХ}}(p) = W(p)X_{\text{ВХ}}(p). \quad (3.9)$$

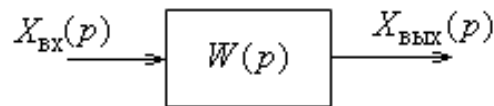


Рис. 3.2

Преобразуем по Лапласу уравнения синхронного двигателя (3.3) и (3.5), причем в последнем примем $M_{\text{с}}=0$. Будем иметь

$$\begin{aligned} (T_d p + 1)E_d(p) &= k_{\text{В}}U_{\text{В}}(p); \\ (T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)\Theta(p) &= k_3 E_d(p), \end{aligned}$$

откуда

$$W_1(p) = \frac{E_d(p)}{U_{\text{В}}(p)} = \frac{k_{\text{Г}}}{T_d p + 1}; \quad (3.10)$$

$$W_2(p) = \frac{\Theta(p)}{E_d(p)} = \frac{k_3}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}. \quad (3.11)$$

Рассматривая в качестве входной величины приращение напряжения возбуждения, а в качестве выходной – приращение угла Θ , динамические свойства синхронного двигателя можно отразить двумя последовательно включенными звеньями (рис. 3.3).

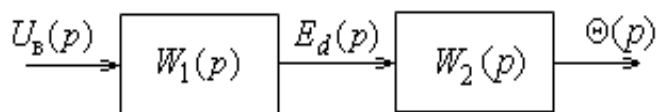


Рис. 3.3

Передаточные функции звеньев и систем являются не только удобной формой описания их динамических свойств, но и позволяют достаточно просто рассчитывать переходные процессы (см. далее).

Примечание. Передаточная функция вырождается в коэффициент передачи при подстановке $p=0$. Например, принимая в выражении (3.8) $p=0$, получим коэффициент передачи генератора k_r .

3.3. Переходные характеристики

При изучении динамических свойств звеньев и систем рассматривают переходные процессы, возникающие в них в результате *типовых воздействий*. В качестве типового часто используется *ступенчатое воздействие*, которое представляет собой быстрое (в пределах мгновенное) изменение входного сигнала $X_{вх}$ (рис. 3.4, а). Аналитическое выражение для ступенчатого воздействия имеет вид

$$X_{вх}(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0; \\ A & \text{при } t \geq 0. \end{cases}$$

Если $A=1$, то воздействие называют *единичным ступенчатым* и обозначают $1(t)$. *Переходная характеристика* представляет собой график изменения выходной величины звена, вызванного подачей на вход единичного ступенчатого воздействия.

Примеры переходных характеристик устойчивых звеньев даны на рис. 3.4, б. Аналитическое выражение для переходной характеристики – *переходная функция* – обозначается $h(t)$. Переходная функция

легко определяется по передаточной функции. Так как изображение ступенчатого воздействия равно $1/p$ (см. табл. 3.1), изображение переходной функции по соотношению (3.9) будет следующее:

$$h(p) = W(p) \frac{1}{p}. \quad (3.12)$$

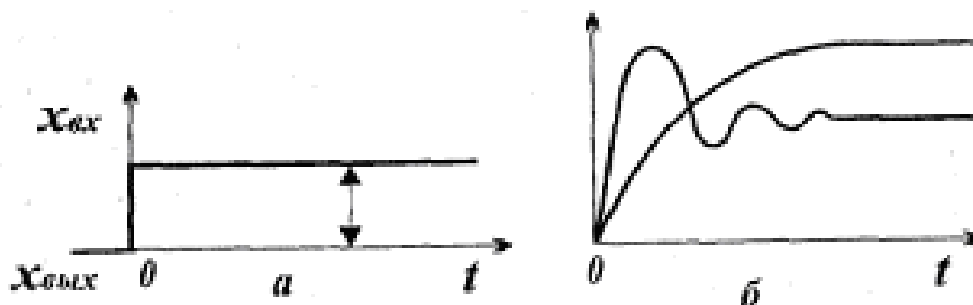


Рис. 3.4

По известному выражению для $h(p)$ с помощью обратного преобразования Лапласа находится соответствующий оригинал, т. е. $h(t)$.

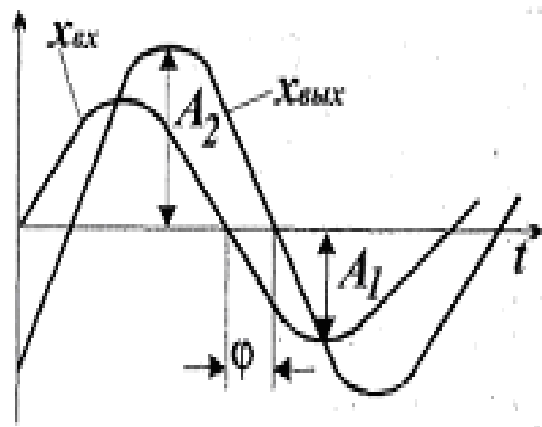
3.4. Частотные характеристики

При экспериментальном определении частотных характеристик на вход звена подают гармоническое воздействие (рис. 3.5)

$$X_{\text{вх}} = A_1 \sin \omega t, \quad (3.13)$$

где A_1 – амплитуда воздействия; ω – угловая частота.

После окончания переходного процесса выходная величина звена изменяется также по гармоническому закону, но имеет в общем случае другую амплитуду A_2 и сдвиг по фазе φ :



$$X_{\text{вых}} = A_2 \sin(\omega t + \varphi). \quad (3.14)$$

Свойство звена или системы передавать гармоническое воздействие определенной частоты ω_1 можно характеризовать фазовым сдвигом $\varphi(\omega_1)$ и относительной амплитудой:

Рис. 3.5

$$A(\omega_1) = \frac{A_2(\omega_1)}{A_1(\omega_1)}.$$

Задавая ряд частот входного воздействия от 0 до ∞ , можно получить данные для построения зависимостей $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$. Первую из них $A(\omega)$ называют *амплитудной частотной характеристикой* (АЧХ), а вторую $\varphi(\omega)$ – *фазовой частотной характеристикой* (ФЧХ). Относительная амплитуда у инерционных звеньев с возрастанием частоты уменьшается (рис. 3.6, а), выходной сигнал по фазе отстает от входного (фазовый сдвиг φ – отрицательный), и это отставание увеличивается при возрастании частоты (рис. 3.6, б). Если в некотором диапазоне частот АЧХ имеет максимум, то это свидетельствует о резонансных свойствах звена.

Чем менее инерционно звено, тем шире его АЧХ, т. е. тем в большем диапазоне частот оно может передавать гармоническое воздействие. Для определения начального значения АЧХ $A(0)$ на вход должно подаваться воздействие с частотой $\omega=0$. При этом входное воздействие и выходная величина вырождаются в постоянные сигналы, а их отношение в установившемся режиме дает коэффициент передачи. Следовательно, $A(0) = k$.

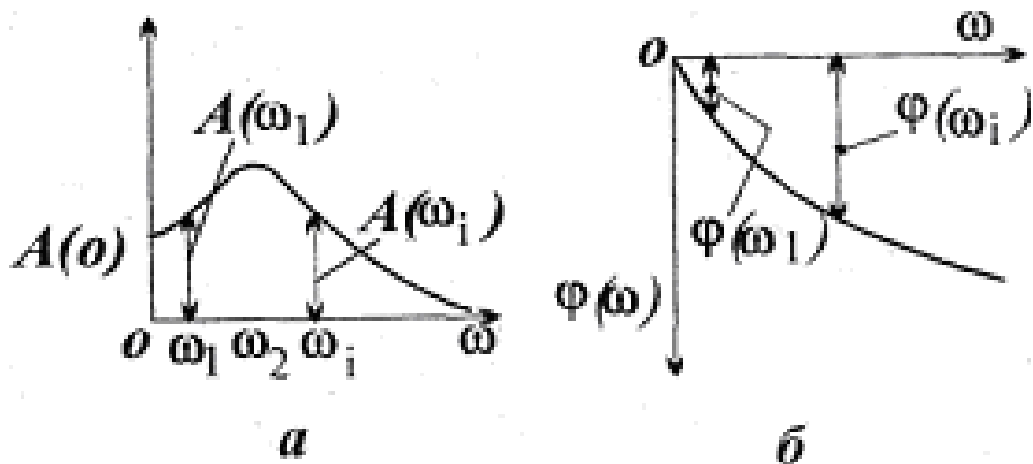


Рис. 3.6

Амплитудную и фазовую частотные характеристики можно объединить, воспользовавшись полярными координатами. Предварительно для фиксированных частот ω_i по АЧХ и ФЧХ находят значе-

ния $A(\omega_i)$ и $\varphi(\omega_i)$. Далее на плоскости (рис. 3.7) для каждого значения частоты ω_i строят вектор с модулем $A(\omega_i)$ под углом $\varphi(\omega_i)$.

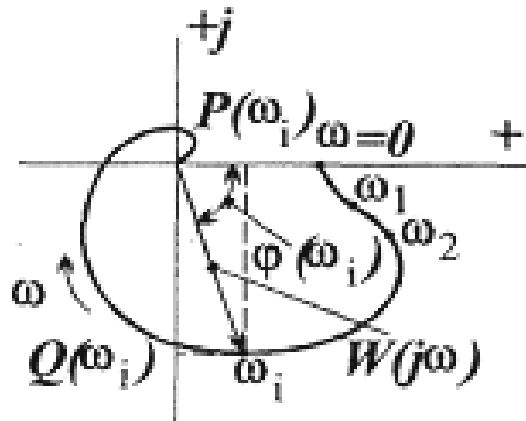


Рис. 3.7

Кривая, объединяющая концы векторов, представляет собой *амплитудно-фазовую частотную характеристику* (АФХ). Плоскость АФХ может рассматриваться и как комплексная плоскость. В этом случае построенные векторы можно представить в виде проекций P и Q на вещественную и мнимую оси. Зависимости $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ называют соответственно вещественной (ВЧХ) и мнимой (МЧХ) частотными характеристиками.

Связь между рассмотренными характеристиками очевидна из рис. 3.7 и описывается соотношениями

$$P(\omega) = A(\omega) \cos(\varphi); \quad Q(\omega) = A(\omega) \sin(\varphi); \quad (3.15)$$

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}; \quad \varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}. \quad (3.16)$$

Понятие АФХ может быть введено и из других соображений. Запишем выражения (3.13), (3.14) в символической форме, используемой в электротехнике:

$$X_{\text{вх}}(j\omega) = A_1 e^{j\omega t}; \quad X_{\text{вых}}(j\omega) = A_2 e^{j(\omega t + \varphi)};$$

возьмем отношение

$$W(j\omega) = \frac{X_{\text{вх}}(j\omega)}{X_{\text{вых}}(j\omega)} = \frac{A_2 e^{j(\omega t + \varphi)}}{A_1 e^{j\omega t}} = A e^{j\varphi},$$

или, учитывая, что A и φ являются функциями частоты,

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}. \quad (3.17)$$

Полученное отношение выходной величины к входной, представленное в символической форме, называется комплексной частотной функцией. Эта функция, как следует из выражения (3.17), представляет собой комплексную величину с модулем $A(\omega)$ и аргументом $\varphi(\omega)$ (см. рис. 3.7). Следовательно, АФХ можно рассматривать и как кривую, которую описывает конец вектора $W(j\omega)$ на комплексной плоскости при изменении частоты от 0 до ∞ .

Аналитические выражения для рассмотренных частотных характеристик обычно отыскивают по передаточной функции звена или системы. Если в выражение для $W(p)$ подставить $p=j\omega$, получится частотная функция $W(j\omega)$. Например, используя эту подстановку для передаточной функции генератора (3.8), получим

$$W(j\omega) = \frac{k_{\Gamma}}{T_{\text{B}} j\omega + 1}.$$

Избавимся от мнимого числа в знаменателе этого выражения и выделим вещественную и мнимую части:

$$W(j\omega) = \frac{k_{\Gamma}(1 - j\omega T_{\text{B}})}{(1 + j\omega T_{\text{B}})(1 - j\omega T_{\text{B}})} = \frac{k_{\Gamma}}{1 + \omega^2 T_{\text{B}}^2} - j \frac{k_{\Gamma} \omega T_{\text{B}}}{1 + \omega^2 T_{\text{B}}^2} = P(\omega) + jQ(\omega),$$

где

$$P(\omega) = \frac{k_{\Gamma}}{1 + \omega^2 T_{\text{B}}^2}; \quad Q(\omega) = -\frac{k_{\Gamma} \omega T_{\text{B}}}{1 + \omega^2 T_{\text{B}}^2}.$$

Далее, используя соотношения (3.16), после преобразований найдем

$$A(\omega) = \frac{k_{\Gamma}}{\sqrt{1 + \omega^2 T_{\text{B}}^2}}; \quad \varphi(\omega) = -\text{arctg} T_{\text{B}} \omega. \quad (3.18)$$

При исследовании САУ амплитудную и фазовую частотные характеристики удобнее строить в логарифмических координатах. Переход к логарифмическому масштабу изменяет кривизну характеристик, в результате амплитудная характеристика в большинстве случаев с достаточной точностью может быть изображена ломаными лини-

ями. АЧХ и ФЧХ, построенные в логарифмических координатах, называют соответственно *логарифмической амплитудной (ЛАХ)* и *логарифмической фазовой (ЛФХ)* частотными характеристиками.

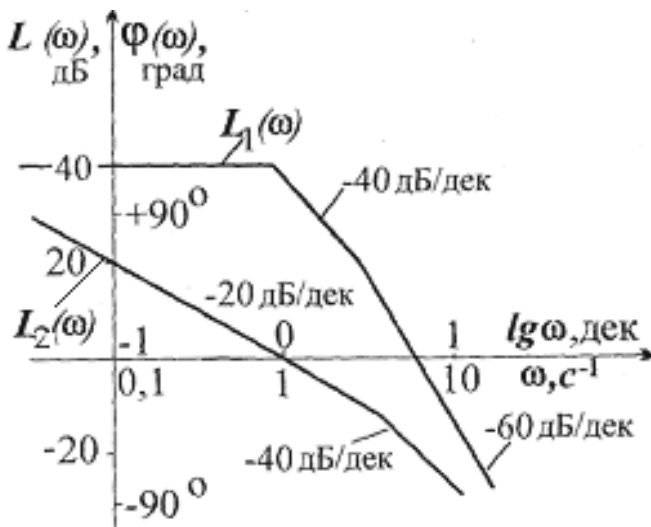


Рис. 3.8

По оси абсцисс в логарифмической плоскости (рис. 3.8) откладывают значение $\lg \omega$. Единицей измерения частоты в логарифмическом масштабе служит *декада* (дек), она соответствует изменению частоты в 10 раз. Ординаты ЛАХ $L(\omega)$ определяют по выражению

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega). \quad (3.19)$$

Единицей измерения здесь служит *децибел* (дБ). Связь между величиной $A(\omega)$ и $L(\omega)$ показывает табл. 3.2. Для построения ЛФХ используется та же ось абсцисс, а фазовые сдвиги по оси ординат откладываются в равномерном масштабе, причем отрицательные значения $\phi(\omega)$ откладываются ниже оси абсцисс. Следует учитывать, что значение частоты $\omega=0$ на логарифмической плоскости показать невозможно, так как $\lg 0 = -\infty$, поэтому частота в точке пересечения координатных осей имеет конечное значение. Для удобства на оси абсцисс обычно указывают не только значения $\lg \omega$, но и значения частоты ω в рад/с или с^{-1} (см. рис. 3.8). При построении ломаной, изображающей ЛАХ, используется понятие наклона участка ЛАХ, которое показывает изменение ординаты ЛАХ при увеличении частоты на одну декаду и измеряется в децибелах на декаду (дБ/дек). Обычно значения наклона кратны 20 дБ/дек. Если ордината $L(\omega)$ с увеличением ω убывает, наклон считается отрицательным. В качестве примера на рис. 3.8 показаны ЛАХ $L_1(\omega)$ и $L_2(\omega)$, участки которых имеют различные наклоны.

Таблица 3.2

$A(\omega)$	—	0,01	0,1	1	10	100	1000	...
$L(\omega)$	дБ	-40	-20	0	20	40	60	...

3.5. Типовые динамические звенья

Независимо от назначения, конструктивного исполнения и физической природы САУ можно разбить на так называемые типовые динамические звенья [3-6]. Основные из них следующие: пропорциональное, апериодическое, колебательное, интегрирующее и дифференцирующее. Элементы и звенья САУ относятся к одному типу, если они обладают одинаковыми динамическими свойствами.

3.5.1. Пропорциональное звено

В качестве примеров таких звеньев на рис. 3.9 показаны:

- а) делитель напряжения;
- б) усилительный каскад;
- в) механический редуктор.

Для всех этих элементов связь между переменными описывается соотношением

$$X_{\text{вых}}(t) = kX_{\text{вх}}(t).$$

Применим к этому выражению преобразование

$$X_{\text{вых}}(p) = kX_{\text{вх}}(p); \quad W(p) = \frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{вх}}(p)} = k.$$

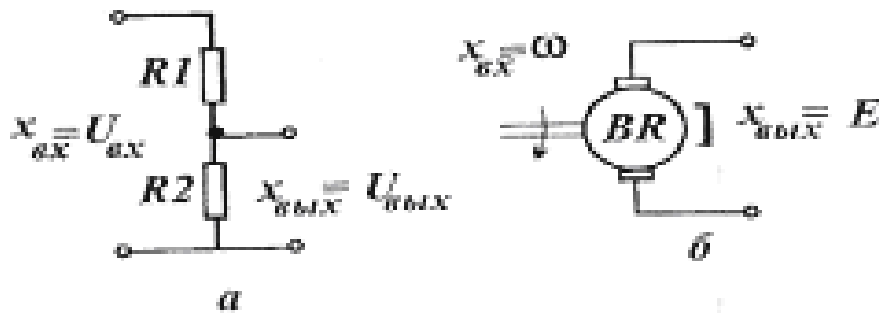


Рис. 3.9

Пропорциональное звено мгновенно воспроизводит изменение входной величины в масштабе, равном k , поэтому его переходная характеристика имеет форму ступенчатого сигнала (рис. 3.10, а). Гармонический входной сигнал такое звено передает без искажений независимо от частоты ω , поэтому $A(\omega) = k = \text{const}$ и $\varphi(\omega) = 0$.

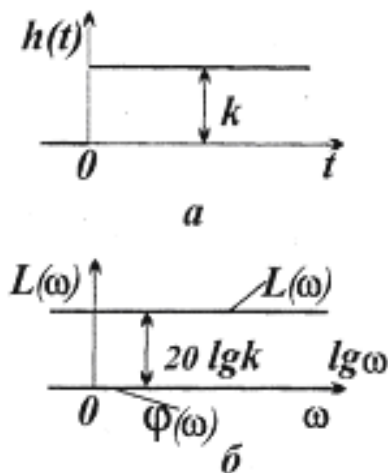


Рис. 3.10

Выражение для ЛАХ в соответствии с соотношением (3.19) будет иметь вид

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg k.$$

Следовательно, ЛАХ пропорционального звена проходит параллельно оси частот на уровне $20 \lg k$. ЛФХ звена $\varphi(\omega) = 0$ совпадает с осью частот (рис. 3.10, б).

Практически все элементы САУ в той или иной степени инерционны, однако если инерционность какого-либо звена системы значительно ниже инерционности других элементов, то такое звено можно рассматривать как пропорциональное.

3.5.2. Апериодическое звено

Примерами апериодического звена могут служить рассмотренные выше электрическая цепочка (см. рис. 3.1), генератор постоянно-

го тока, цепь возбуждения синхронного двигателя. Уравнение движения апериодического звена имеет вид

$$T \frac{dX_{\text{ВЫХ}}}{dt} + X_{\text{ВЫХ}} = kX_{\text{ВХ}}$$

(сравните с выражениями (3.1), (3.2), (3.3)). Передаточная функция звена (см. выражения (3.8), (3.10))

$$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} = \frac{k}{Tp + 1}. \quad (3.20)$$

Переходная функция звена представляет собой экспоненту (рис. 3.11, а)

$$h(t) = k(1 - e^{-t/T}),$$

т. е. при ступенчатом воздействии на входе выходная величина изменяется инерционно и устанавливается с точностью до 5% за время, равное $3T$.

Выражения для АЧХ и ФЧХ звена в соответствии с соотношениями (3.18) имеют вид

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}; \quad \varphi(\omega) = -\arctg \omega T.$$

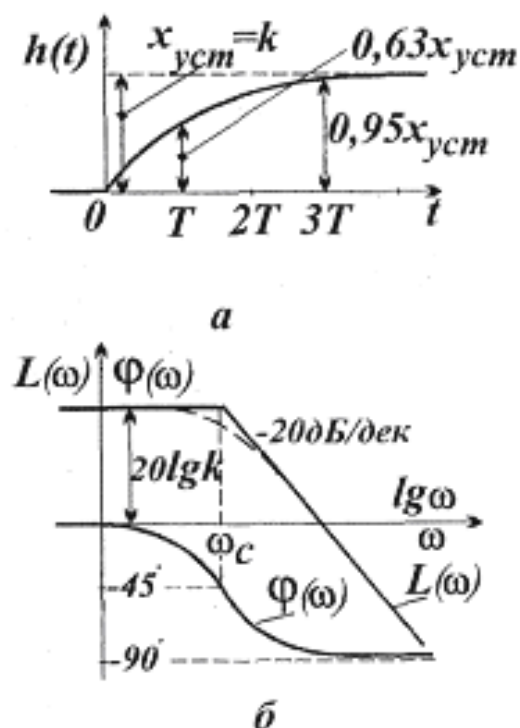


Рис. 3.11

Используя формулу (3.19), найдем ЛАХ звена:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2}. \quad (3.21)$$

При расчетах обычно пользуются приближенной, *асимптотической* ЛАХ апериодического звена. Для определения низкочастотной асимптоты ЛАХ рассмотрим область частот ω , где $\omega T \ll 1$. В этом случае выражение (3.21) можно записать в следующем приближенном виде:

$$L(\omega) \cong 20 \lg k.$$

Следовательно, низкочастотная асимптота ЛАХ не зависит от частоты и определяется только величиной k (рис. 3.11, б). Вторую асимптоту ЛАХ найдем, рассматривая область частот ω , где $\omega T \gg 1$. Пренебрегая в соотношении (3.21) единицей в подкоренном выражении, получим

$$L(\omega) \cong 20 \lg k - 20 \lg \omega T.$$

Нетрудно убедиться, что при возрастании частоты на одну декаду ордината ЛАХ уменьшается на 20 дБ, т. е. вторая асимптота имеет наклон -20 дБ/дек.

Пересечение асимптот происходит при частоте $\omega_c = 1/T$, которую называют частотой сопряжения. Максимальное расхождение между асимптотической и истинной ЛАХ (на рис. 3.11, б она показала пунктиром) не превышает 3 дБ и при практических расчетах может не учитываться.

ЛФХ звена $\varphi(\omega)$ (см. рис. 3.11, б) представляет собой кривую, симметричную относительно точки с координатами $\omega_c, -45^\circ$. Фазовые сдвиги φ изменяются от 0 при $\omega \rightarrow 0$ до -90° при $\omega \rightarrow \infty$.

Итак, передаточная функция звена (3.20) содержит полную информацию о его свойствах. Коэффициент передачи k характеризует свойства звена в статике. Постоянная времени T определяет инерционные свойства звена: чем больше T , тем медленнее протекает переходный процесс. Об инерционности звена можно судить и по его частотным характеристикам. Действительно, ширина ЛАХ определяется частотой сопряжения ω_c , и чем шире ЛАХ (меньше T), тем быстрее протекает переходный процесс в звене.

3.5.3. Колебательное звено

Уравнение движения колебательного звена имеет второй порядок. Примерами таких звеньев (рис. 3.12) могут служить: электрическая цепь; механическая система, включающая пружину Π и тело массой m , когда за переменные принимаются перемещения; звено в структурной схеме синхронного двигателя (см. выше), для которого входной переменной является ЭДС E_d , а выходной – угол Θ .

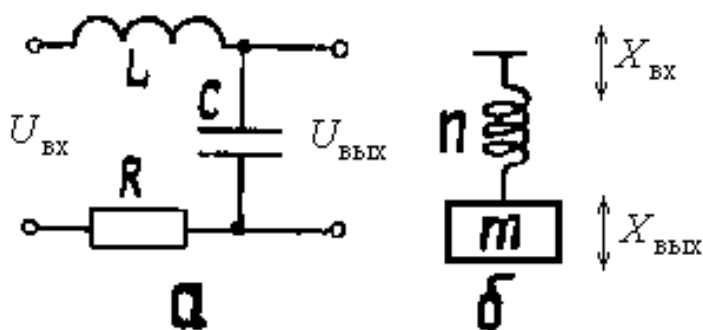


Рис. 3.12

Для всех указанных примеров уравнение движения может быть записано следующим образом:

$$T_2^2 \frac{d^2 X_{\text{ВЫХ}}}{dt^2} + T_1 \frac{dX_{\text{ВЫХ}}}{dt} + X_{\text{ВЫХ}} = kX_{\text{ВХ}}$$

(сравните с выражением (3.5)), или

$$T^2 \frac{d^2 X_{\text{ВЫХ}}}{dt^2} + 2\varepsilon T \frac{dX_{\text{ВЫХ}}}{dt} + X_{\text{ВЫХ}} = kX_{\text{ВХ}}, \quad (3.22)$$

где постоянная времени T и коэффициент ε определяются из соотношений

$$T^2 = T_2^2; \quad T_1 = 2\varepsilon T.$$

Для нахождения решения уравнения (3.22) запишем соответствующее ему характеристическое уравнение

$$T^2 p^2 + 2\varepsilon T p + 1 = 0,$$

корни которого

$$p_{1,2} = \frac{-\varepsilon T \pm \sqrt{(\varepsilon T)^2 - T^2}}{T^2} = -\frac{\varepsilon}{T} \pm j \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}{T}. \quad (3.22 a)$$

Переходная характеристика звена может иметь или колебательный характер, если корни p_1, p_2 – комплексные числа, или представлять собой апериодическую кривую, если корни p_1, p_2 – действительные числа. Как следует из выражения (3.22 a), комплексные корни будут при $0 < \varepsilon < 1$. В этом случае звено называют колебательным. Переходная функция колебательного звена, представляющая собой решение уравнения (3.22), при $X_{\text{ВХ}} = 1(t)$ имеет вид

$$h(t) = k \left[1 - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\beta} e^{\alpha t} \sin \left(\beta t + \arctg \frac{\beta}{\alpha} \right) \right], \quad (3.23)$$

где $\alpha = -\varepsilon/T$ и $\beta = \sqrt{1-\varepsilon^2}/T$ — действительная и мнимая части корней p_1 и p_2 .

После соответствующих преобразований (3.23) получим две эквивалентные переходные функции колебательного звена:

$$h_1(t) = k \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} e^{-\varepsilon t/T} \sin \left(\sqrt{1-\varepsilon^2} \frac{t}{T} + \arctg \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon} \right) \right]; \quad (3.23 \text{ а})$$

$$h_2(t) = k \left[1 - e^{-\varepsilon t/T} \left(\cos \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{T} t + \frac{\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \sin \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{T} t \right) \right]. \quad (3.23 \text{ б})$$

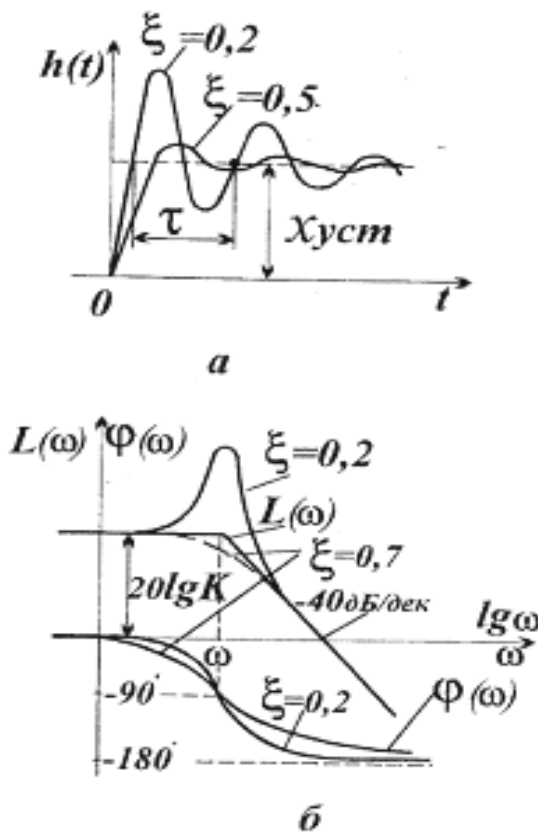


Рис. 3.13

Колебательность переходной характеристики (рис. 3.13, а) уменьшается при возрастании коэффициента ε , поэтому его называют коэффициентом затухания (демпфирования).

Период колебаний

$$\tau = \frac{1}{\beta} = \frac{T}{\sqrt{1-\varepsilon}}$$

при фиксированном значении ε пропорционален T , т. е. постоянная времени T характеризует скорость протекания переходного процесса.

Преобразуя по Лапласу уравнение (3.22), найдем передаточную функцию звена

$$W(p) = \frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{вх}}(p)} = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\varepsilon T p + 1}. \quad (3.24)$$

Заменяя в ней p на $j\omega$, получим частотную передаточную функцию

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 - T^2 \omega^2 + j2\varepsilon T \omega}.$$

После выделения вещественной и мнимой частей найдем по выражениям (3.16) АХЧ и ФХЧ звена:

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 - T^2 \omega^2)^2 + (2\varepsilon T \omega)^2}};$$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} -\operatorname{arctg} \frac{2\varepsilon T \omega}{1 - T^2 \omega^2}, & \text{при } \omega \leq \frac{1}{T} \\ -180^\circ - \operatorname{arctg} \frac{2\varepsilon T \omega}{1 - T^2 \omega^2}, & \text{при } \omega > \frac{1}{T} \end{cases}. \quad (3.25)$$

ЛАХ звена определяется соотношением

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + (2\varepsilon T \omega)^2}. \quad (3.26)$$

Асимптотическая ЛАХ колебательного звена $L(\omega)$, так же как и апериодического, состоит из двух асимптот. Низкочастотная асимптота проходит параллельно оси частот на уровне $20 \lg k$ (рис. 3.13, б). Высокочастотная асимптота имеет наклон -40 дБ/дек. Их пересечение происходит при частоте сопряжения $\omega_c = 1/T$.

Истинная ЛАХ колебательного звена может значительно отличаться от асимптотической. При малых значениях коэффициента затухания ε звено обладает ярко выраженными резонансными свойствами, что отражается в резком увеличении ординаты ЛАХ при частоте ω_c . В инженерной практике асимптотической ЛАХ обычно пользуются, если $0,4 \leq \varepsilon \leq 0,7$. При этом расхождение между истинными и асимптотической ЛАХ не превышает 3 дБ. Вид ЛФХ колебательного звена зависит, как следует из выражения (3.25), от коэффициента ε . Фазовые характеристики (см. рис. 3.13, б) представляют собой кривые, симметричные относительно точки с координатами $\omega_c, -90^\circ$. При уменьшении частоты ω фазовые сдвиги стремятся к нулю, при возрастании частоты $k \rightarrow k - 180^\circ$.

В случае, когда коэффициент $\varepsilon \geq 1$, характеристическое уравнение звена имеет действительные корни и может быть разложено на два сомножителя. При этом передаточную функцию звена можно записать в виде

$$W(p) = \frac{k}{(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)}, \quad (3.27)$$

где новые постоянные времени находятся из соотношений $T_3 = -1/p_1$, $T_4 = -1/p_2$.

Вид выражения (3.27) свидетельствует о том, что при $\varepsilon \geq 1$ звено второго порядка может быть разбито на два типовых апериодических звена, свойства которых рассмотрены выше.

3.5.4. Интегрирующее звено

Примерами интегрирующих (или астатических) звеньев могут служить (рис. 3.14, а): механическая передача, если за входную величину принимается скорость вращения ω первого вала, а за выходную – угол поворота α второго вала; двигатель постоянного тока, если пренебречь его инерционностью и принять за входную величину напряжение на якоре U_d , а за выходную – угол поворота α вала; операционный усилитель (рис. 3.14, б), в цепь обратной связи которого включена емкость. Выходная и входная переменные звена связаны интегральной зависимостью, что и определяет его название.

В случае одинаковой физической природы переменных (как в примере на рис. 3.14, б) уравнение движения звена записывается в виде

$$X_{\text{вых}} = \frac{1}{T} \int_0^t X_{\text{вх}} dt. \quad (3.28)$$

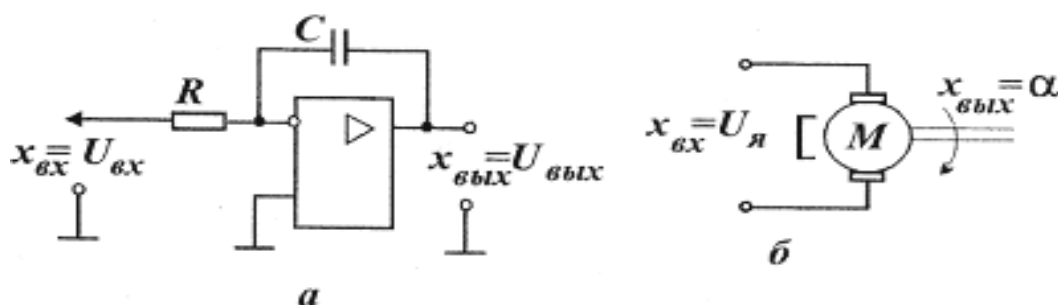
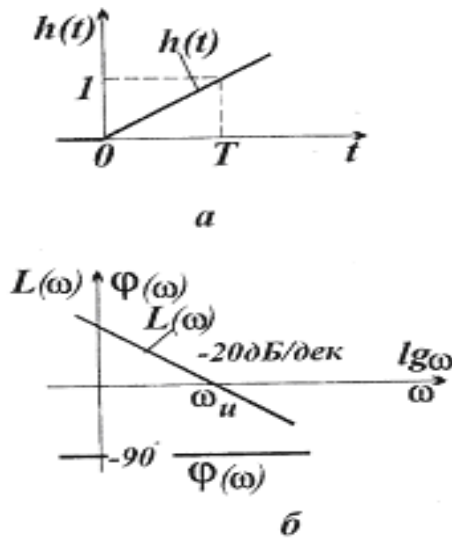


Рис. 3.14.

Его решение при $X_{\text{вх}} = I(t)$ дает переходную функцию звена

$$h(t) = t/T.$$



Как следует из графика переходной функции (рис. 3.15, а), выходная величина звена изменяется по линейному закону и за время $t=T$ достигает значения, равного единице. Следовательно, чем меньше постоянная интегрирования T , тем быстрее протекает переходный процесс в звене.

Преобразуем по Лапласу выражение (3.28) и найдем передаточную функцию интегрирующего звена:

$$X_{\text{вых}}(p) = \frac{1}{Tp} X_{\text{вх}}(p); \quad W(p) = \frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{вх}}(p)} = \frac{1}{Tp}. \quad (3.29)$$

Переходя к частотной функции, можно аналогично предыдущему получить выражения для АЧХ, ФЧХ и ЛАХ звена:

$$A(\omega) = \frac{1}{T\omega}; \quad \varphi(\omega) = -\pi/2; \quad L(\omega) = -20 \lg \omega T. \quad (3.30)$$

Логарифмические частотные характеристики приведены на рис. 3.15, б. ЛАХ звена представляет собой прямую, имеющую наклон -20 дБ/дек. Она пересекает ось абсцисс при частоте $\omega_{\text{и}}=1/T$. Интегрирующее звено вносит постоянный фазовый сдвиг, равный $-\pi/2$, поэтому его ЛФХ проходит параллельно оси частот.

3.5.5. Дифференцирующее звено

Выходная величина идеального дифференцирующего звена пропорциональна производной по времени от входного воздействия:

$$X_{\text{вых}} = T \frac{dX_{\text{вх}}}{dt}.$$

Переходная характеристика звена (рис. 3.16, а) представляет собой импульс бесконечно малой ширины и бесконечно большой амплитуды. Передаточная функция звена

$$W(p) = \frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{вх}}(p)} = Tp. \quad (3.31)$$

Из нее находятся выражения для АЧХ, ФЧХ и ЛАХ звена:

$$A(\omega) = T\omega; \quad \varphi(\omega) = \pi/2; \quad L(\omega) = 20 \lg \omega T.$$

Передаточная функция (3.31), а соответственно и логарифмические частотные характеристики (рис. 3.16, б) идеального дифференцирующего звена, обратны передаточной функции и частотным характеристикам интегрирующего звена.

Одним из видов реальных дифференцирующих звеньев является так называемое форсирующее звено, передаточная функция которого

$$W(p) = Tp + 1. \quad (3.32)$$

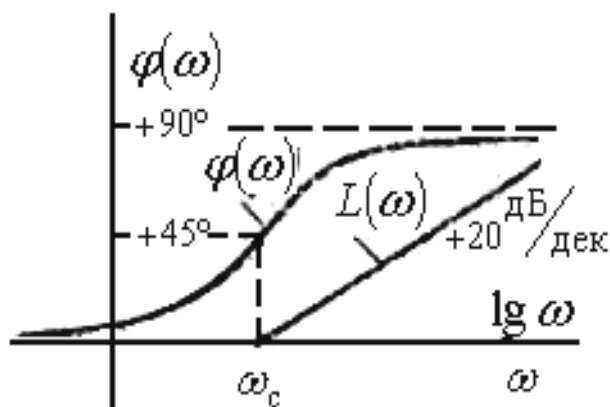


Рис. 3.17

являются зеркальными отражениями ЛАХ и ЛФХ апериодического звена.

Следует обратить внимание, что в отличие от других типовых звеньев ЛАХ дифференцирующих звеньев имеют положительный наклон, т. е. с увеличением частоты входного гармонического воз-

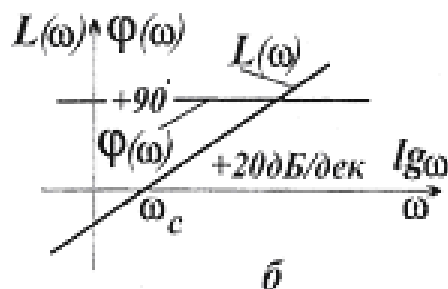
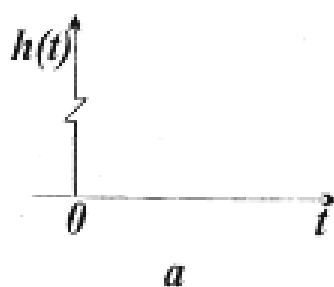


Рис. 3.16

Такое звено имеет конечную инерционность и осуществляет дифференцирование неточно. Его передаточная функция (3.32) обратна передаточной функции апериодического звена. Соответственно его ЛАХ и ЛФХ (рис. 3.17) являются зеркальными отра-

действия амплитуда колебаний на выходе возрастает. Кроме того, выходные колебания опережают по фазе входные ($\varphi(\omega) > 0$).

3.5.6. Звено запаздывания

Примером звена запаздывания может служить магнитофон с лентой или магнитный барабан, клеть прокатного стана с полосой. Время запаздывания τ здесь, очевидно, равно отношению расстояния l между записывающей и считывающей головками (нажимными винтами и датчиком толщины) к скорости V лентопротяжки, т. е.

$$\tau = \frac{l}{V}.$$

Уравнение для звена запаздывания описывается простым соотношением

$$X_{\text{вых}}(t) = X_{\text{вх}}(t)1(t - \tau). \quad (3.33)$$

Это означает, что выходной сигнал равен входному, но отстает от него на время τ .

Применив к (3.33) преобразование Лапласа, получим операторное уравнение

$$X_{\text{вых}}(p) = X_{\text{вх}}(p)e^{-p\tau}.$$

Передаточная функция звена запаздывания

$$W(p) = e^{-p\tau}.$$

Частотная передаточная функция

$$W(j\omega) = e^{-j\omega\tau}.$$

Отсюда логарифмическая амплитудная частотная характеристика

$$L(\omega) = 20 \lg 1 = 0.$$

Фазовая частотная характеристика в радианах

$$\phi(\omega) = -\omega\tau,$$

в градусах

$$\phi(\omega) = -53,7\omega\tau.$$

3.6. Определение передаточных функций систем

На структурной схеме динамики звенья могут быть включены последовательно, параллельно, в виде участка (системы) с ООС и ПОС. Выражения для передаточных функций звеньев, включенных различными способами, аналогичны по форме соответствующим соотношениям (2.7), (2.8), (2.9), (2.11), полученным для установившегося режима. Передаточная функция последовательно включенных звеньев (рис. 3.18, а)

$$W(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p); \quad (3.34)$$

параллельно включенных звеньев (рис. 3.18, б)

$$W(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p);$$

участка (системы) с ООС или ПОС (рис. 3.18, в)

$$W(p) = \frac{W_{\text{пр}}(p)}{1 \pm W_{\text{пр}}(p)W_{\text{о.с}}(p)}, \quad (3.35)$$

где $W_{\text{пр}}(p)$ и $W_{\text{о.с}}(p)$ – передаточные функции прямой цепи и цепи обратной связи.

В выражении (3.35) знак плюс соответствует отрицательной, а знак минус – положительной обратной связи.

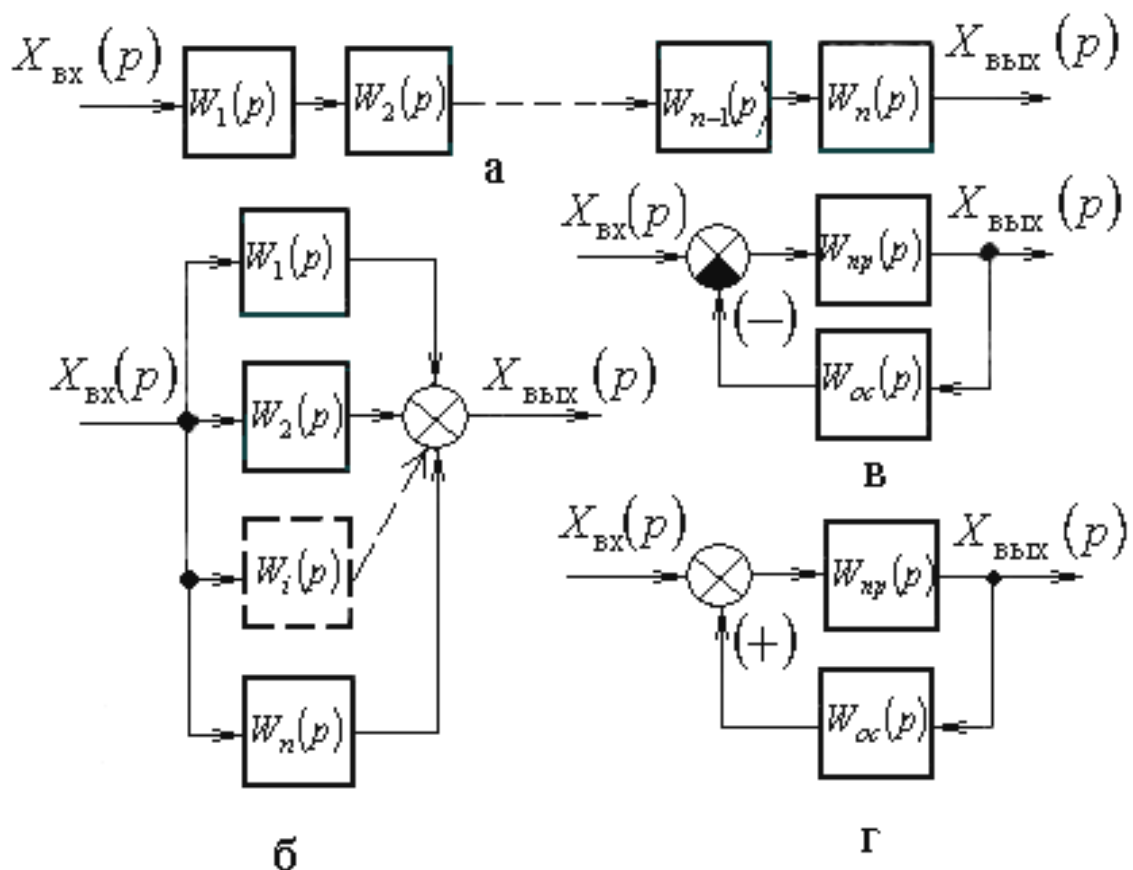


Рис. 3.18

3.7. Динамические характеристики некоторых элементов электромеханических систем

Основными элементами электроприводов постоянного тока являются силовой тиристорный преобразователь и электродвигатель с независимым возбуждением.

3.7.1. Тиристорный преобразователь

Тиристорный преобразователь состоит из двух последовательно соединенных звеньев – блока системы импульсно-фазового управления (СИФУ) и силовой схемы выпрямителя.

Передаточная функция тиристорного преобразователя

$$W_{\pi}(p) = \frac{k_{\pi}}{1 + Tp} e^{-\tau p}, \quad (3.36)$$

где k_{Π} – коэффициент усиления; T – постоянная времени блока СИФУ; τ – среднестатистическое время запаздывания включения тиристора.

Звено запаздывания отражает дискретный характер работы преобразователя, так как после каждого периодического включения отпирающим импульсом очередного тиристора его невозможно выключить в течение оставшегося времени, пока силовое напряжение на аноде этого тиристора по отношению к катоду не понизится до нуля.

Время запаздывания

$$\tau = \frac{1}{2mf},$$

где $f=50$ Гц – частота сети; m – число полуволн выпрямленного напряжения за один период.

Величина коэффициента m определяется силовой схемой выпрямления. Однофазная однополупериодная схема имеет $m=1$, однофазная двухполупериодная – $m=2$, трехфазная с нулевой точкой – $m=3$, трехфазная мостовая – $m=6$ и т.д.

Фазовая частотная характеристика звена запаздывания

$$\phi(\omega) = -53,7\omega\tau$$

в диапазоне частот $\omega < 1/(2\tau)$ с погрешностью, не превышающей 3° , совпадает с фазовой частотной характеристикой апериодического звена

$$\phi(\omega) = -\arctg\omega\tau.$$

Если частота среза САУ $\omega_{\text{ср}} < 1/(2\tau)$, то передаточную функцию преобразователя (3.34) можно представить передаточной функцией апериодического звена

$$W_{\Pi}(p) = \frac{k_{\Pi}}{1 + T_{\mu}p}$$

с постоянной времени $T_{\mu} = T + \tau$.

Для систем управления общепромышленного назначения с трехфазными и выше силовыми схемами выпрямления это условие, как

правило, выполняется, так как их частота среза $\omega_{\text{ср}} \leq 100 \text{ } 1/c$, и уже при трехпульсном выпрямлении ($m=3$) величина

$$\frac{1}{2\tau} = \frac{1}{2 \cdot 0,0033} \approx 150 \text{ } 1/c,$$

а при шестипульсном выпрямлении ($m=6$)

$$\frac{1}{\tau} \approx 300 \text{ } 1/c.$$

3.7.2. Электродвигатель постоянного тока с независимым возбуждением

Для электродвигателя с постоянными магнитами (рис. 3.19) составим схему замещения (рис. 3.20).

На схеме замещения обозначены изображения по Лапласу: $U_{\text{я}}(p)$ – напряжения якоря; $E(p)$ – электродвижущей силы двигателя; $I_{\text{я}}(p)$ – тока якоря; $R_{\text{я}}$ и $pL_{\text{я}}$ – активного и индуктивного сопротивлений якорной цепи.

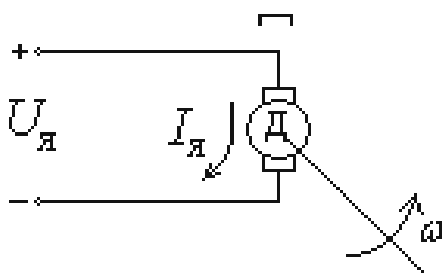


Рис. 3.19

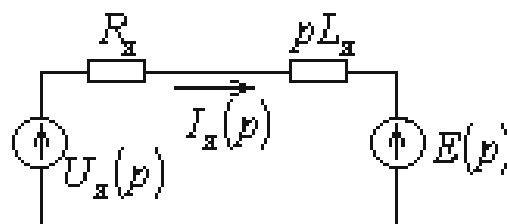


Рис. 3.20

Из схемы замещения найдем изображение тока якоря

$$I_{\text{я}}(p) = \frac{U_{\text{я}}(p) - E(p)}{R_{\text{я}} + pL_{\text{я}}} = \frac{1}{R_{\text{я}}(1 + T_{\text{э}}p)}(U_{\text{я}}(p) - E(p)), \quad (3.37)$$

где $T_{\text{э}} = \frac{L_{\text{я}}}{R_{\text{я}}}$ – электромагнитная постоянная времени.

ЭДС двигателя при постоянном магнитном потоке Φ пропорциональна скорости вращения:

$$E = c_{\text{е}} \Phi \omega, \quad (3.38)$$

где $c_{\text{е}}$ – конструктивный коэффициент.

Из основного уравнения электропривода известно, что динамический момент $M_{\text{дин}}(p)$ равен разности между электромагнитным моментом двигателя $M(p)$ и моментом сопротивления нагрузки $M_c(p)$, т. е.

$$M_{\text{дин}}(p) = M(p) - M_c(p). \quad (3.39)$$

Момент двигателя при постоянном потоке пропорционален току якоря:

$$M(p) = c_m \Phi I_{\text{я}}(p), \quad (3.40)$$

где c_m — конструктивная постоянная.

В установившемся режиме двигатель развивает момент, равный моменту сопротивления:

$$M = M_c.$$

Именно поэтому момент сопротивления можно выразить через фиктивный ток статического сопротивления $I_c(p)$:

$$M_c(p) = c_m \Phi I_c. \quad (3.41)$$

В установившемся режиме $I_c = I_{\text{я}}$. Динамический момент

$$M_{\text{дин}}(p) = J p \omega \quad (3.42)$$

пропорционален моменту инерции J электродвигателя и нагрузки и ускорению $p\omega$. При вращении с постоянной скоростью ускорение $p\omega=0$, поэтому $M_{\text{дин}}(p)=0$.

Подставив (3.42) в (3.39) и выразив полученное соотношение относительно скорости, получим

$$\omega(p) = (M(p) - M_c(p)) \frac{1}{Jp}. \quad (3.43)$$

Эту зависимость можно получить и в другом виде, если моменты (3.43) выразить через токи согласно (3.40), (3.41), а затем полученное умножить и разделить на $R_{\text{я}}/c_e \Phi$:

$$\omega(p) = (I(p) - I_c(p)) \frac{c_m \Phi c_e \Phi R_{\text{я}}}{p J c_e \Phi R_{\text{я}}} = \frac{k_{\text{ду}} R_{\text{я}}}{T_m p} (I(p) - I_c(p)), \quad (3.44)$$

где $k_{\text{ду}} = \frac{1}{c_e \Phi}$ – коэффициент передачи двигателя по управляющему воздействию $U_{\text{я}}$; $T_{\text{м}} = \frac{JR_{\text{я}}}{c_e c_{\text{м}} \Phi^2}$ – электромеханическая постоянная времени.

Уравнениям (3.37), (3.38), (3.40), (3.44) соответствует структурная схема (рис. 3.21), а уравнениям (3.37), (3.38), (3.40), (3.43) – структурная схема (рис. 3.22).

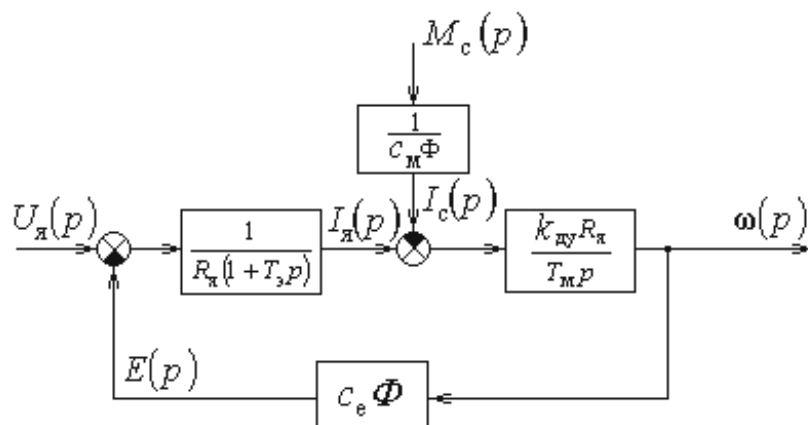


Рис. 3.21

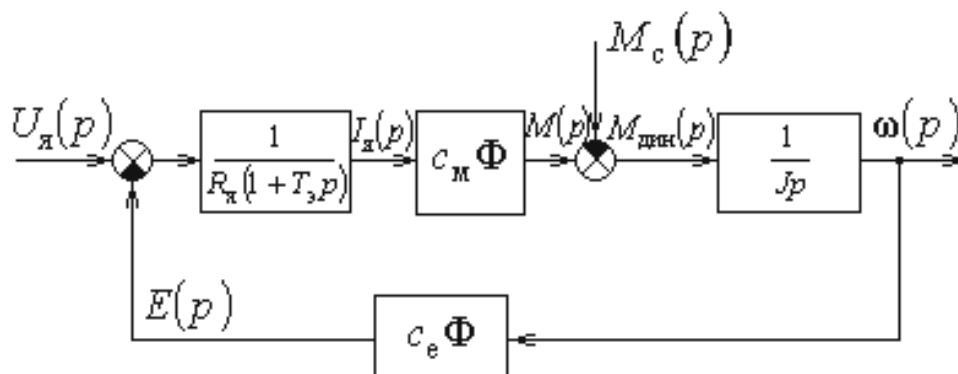


Рис. 3.22

Обе структурные схемы дают одинаковые зависимости тока $I_{\text{я}}(p)$ и скорости $\omega(p)$ от управляющего $U_{\text{я}}(p)$ и возмущающего $M_c(p)$ воздействий. Структурная схема (см. рис. 3.21) чаще встречается в отечественной литературе, а другой вид структурной схемы (см. рис. 3.22) – в зарубежных источниках.

На основании структурной схемы, представленной на рис. 3.21 или рис. 3.22, и формулы замыкания (3.35) можно найти передаточные функции двигателя соответственно по управляющему и возмущающему воздействиям:

$$W_{\text{ду}}(p) = \frac{\omega(p)}{U_{\text{я}}(p)} = \frac{k_{\text{ду}}}{T_{\text{э}}T_{\text{м}}p^2 + T_{\text{м}}p + 1};$$

$$W_{\text{дв}}(p) = \frac{\omega(p)}{M_{\text{с}}(p)} = -\frac{k_{\text{дв}}(1 + T_{\text{э}}p)}{T_{\text{э}}T_{\text{м}}p^2 + T_{\text{м}}p + 1},$$

где $k_{\text{дв}} = \frac{k_{\text{ду}}R_{\text{я}}}{c_{\text{м}}\Phi}$ – коэффициент передачи по возмущающему воздействию.

Знак минус показывает, что при набросе нагрузки скорость двигателя будет уменьшаться.

Полученные передаточные функции относятся к передаточным функциям звеньев второго порядка. Чтобы выяснить, к какому типу динамических звеньев относится электродвигатель, необходимо найти корни характеристического уравнения

$$T_{\text{э}}T_{\text{м}}p^2 + T_{\text{м}}p + 1 = 0.$$

Если корни

$$p_{1,2} = \frac{-T_{\text{м}} \pm \sqrt{T_{\text{м}}^2 - 4T_{\text{э}}T_{\text{м}}}}{2T_{\text{э}}T_{\text{м}}}$$

комплексные ($T_{\text{м}} < 4T_{\text{э}}$), то двигатель является колебательным звеном

$$W_{\text{ду}}(p) = \frac{k_{\text{ду}}}{T^2p^2 + 2\varepsilon Tp + 1}$$

с постоянной времени

$$T = \sqrt{T_{\text{э}}T_{\text{м}}}$$

и коэффициентом демпфирования

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_{\text{м}}}{T_{\text{э}}}}.$$

В случае действительных и различных корней ($T_{\text{м}} > 4T_{\text{э}}$) двигатель является аperiodическим звеном второго порядка

$$W_{\text{д}2}(p) = \frac{k_{\text{д}2}}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}.$$

Постоянные T_1 и T_2 можно найти из решения системы уравнений

$$\begin{cases} T_1 + T_2 = T_M; \\ T_1 T_2 = T_3 T_M. \end{cases}$$

3.8. Определение передаточных функций и частотных характеристик систем

Для исследования динамики замкнутых систем часто необходимы ее характеристики в разомкнутом состоянии. В случае одноконтурной системы (рис. 3.23) после ее размыкания (что условно показано в цепи обратной связи) все звенья оказываются включенными последовательно. Тогда передаточная функция разомкнутой системы согласно выражению (3.34)

$$W_p(p) = W_1(p)W_2(p)\dots W_n(p).$$

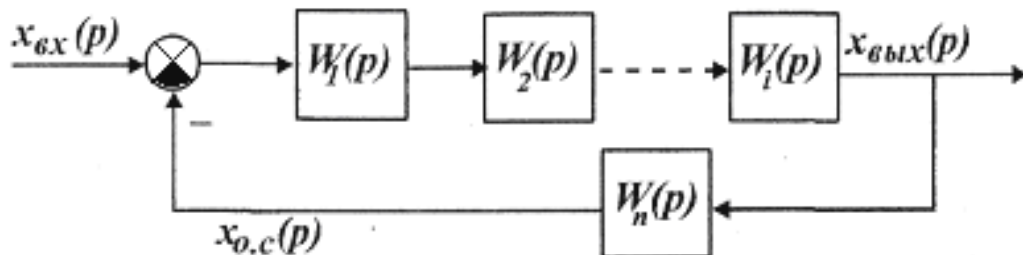


Рис. 3.23

Используя подстановку $p=j\omega$, получим комплексную частотную функцию разомкнутой системы

$$W_p(j\omega) = W_1(j\omega)W_2(j\omega)\dots W_n(j\omega). \quad (3.45)$$

Комплексная частотная функция каждого звена $W_i(j\omega)$ может быть представлена в форме соотношения (3.17), при этом выражение (3.45) примет вид

$$W_p(j\omega) = A_1(\omega)A_2(\omega)\dots A_n(\omega)e^{j\varphi_1(\omega)}e^{j\varphi_2(\omega)}\dots e^{j\varphi_n(\omega)}$$

или

$$W_p(j\omega) = A_1(\omega)A_2(\omega)\dots A_n(\omega)e^{j(\varphi_1(\omega)+\varphi_2(\omega)+\dots+\varphi_n(\omega))}.$$

Следовательно, для одноконтурной разомкнутой системы АЧХ может быть найдена как произведение АЧХ отдельных звеньев

$$A_p(j\omega) = A_1(\omega)A_2(\omega)\dots A_n(\omega), \quad (3.46)$$

а ФЧХ – как сумма ФЧХ отдельных звеньев

$$\varphi_p(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \dots + \varphi_n(\omega). \quad (3.47)$$

Построение АЧХ системы по выражению (3.46) – достаточно трудоемкая задача, которую можно существенно упростить при переходе к логарифмическим характеристикам. Логарифмируя соотношение (3.46), можно записать следующее:

$$20 \lg A_p(\omega) = 20 \lg A_1(\omega) + 20 \lg A_2(\omega) + \dots + 20 \lg A_n(\omega).$$

Учитывая, что каждое из слагаемых представляет собой, согласно выражению (3.19), ЛАХ отдельного звена, получим

$$L_p(\omega) = L_1(\omega) + L_2(\omega) + \dots + L_n(\omega). \quad (3.48)$$

Асимптотические ЛАХ типовых звеньев представляют собой отрезки прямых, наклон которых изменяется при частотах сопряжения. Это позволяет заменить суммирование ординат ЛАХ по выражению (3.48) суммированием их наклонов и построить асимптотическую ЛАХ разомкнутой системы без нахождения ЛАХ отдельных звеньев [3], [5]. Построение ведут в следующем порядке: проводят низкочастотный участок ЛАХ, а затем при каждой частоте сопряжения изменяют ее наклон. Каждое апериодическое, колебательное и форсирующее звено дает дополнительное изменение наклона соответственно на -20 , -40 и $+20$ дБ/дек. Для *статической* системы низкочастотный участок ЛАХ (до наименьшей частоты сопряжения) проводится на уровне $20 \lg k_p$ параллельно оси частот. У *астатической* системы низкочастотный участок ЛАХ имеет наклон $-20 r$ дБ/дек, где r – количество интегрирующих звеньев, причем этот участок (или его воображаемое продолжение) должен пересекать ось абсцисс при частоте среза интегрирующих звеньев $\omega_{с.и} = 1/T_{и}$, где $T_{и}$ – постоянная интегрирования.

Пример 3.1. Требуется построить логарифмические частотные характеристики разомкнутой системы стабилизации внутреннего угла Θ синхронного двигателя, функциональная схема которой приведена на рис. 1.10.

Будем считать, что в схеме используется силовой тиристорный преобразователь с передаточной функцией $W_{с.п}(p) = k_{с.п} / (T_{с.п}p + 1)$, на усилителе реализовано форсирующее звено $W_y(p) = k_y \cdot (T_y p + 1)$, а датчик угла является пропорциональным звеном $W_{д.у}(p) = k_{д.у}$. Динамические свойства двигателя согласно выражениям (3.10), (3.11) и структурной схеме на рис. 3.3 можно записать в виде

$$W_{с.д}(p) = W_1(p)W_2(p) = \frac{k_b k_3}{(T_d p + 1)(T_2^2 p^2 + 2\varepsilon T p + 1)}. \quad (3.49)$$

Здесь выражение (3.11) приведено к стандартному виду, соответствующему колебательному звену. Так как структурная схема системы (рис. 3.24) является одноконтурной, передаточная функция разомкнутой системы согласно выражению (3.34) будет следующего вида:

$$W_p(p) = W_y(p)W_{с.п}(p)W_{с.д}(p)W_{д.у}(p) = \frac{k_p (T_y p + 1)}{(T_{с.п} p + 1)(T_d p + 1)(T^2 p^2 + 2\varepsilon T p + 1)}, \quad (3.50)$$

где $k_p = k_y k_{с.п} k_b k_3 k_{д.у}$ – коэффициент усиления разомкнутой системы.

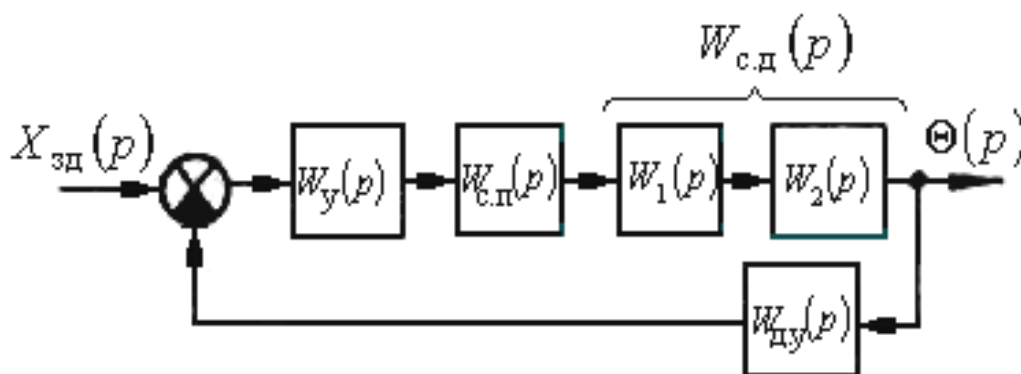


Рис. 3.24

Предположим, что определены величины $k_p=100$; $T_y=0,2$ с; $T_{с.п}=0,01$ с; $T_d=0,05$ с; $T=0,8$ с; $\varepsilon=0,5$.

Для построения ЛАХ и ЛФХ рассматриваемой статической системы рассчитаем величину $20 \lg k_p$ и частоту сопряжения каждого звена:

$$20 \lg k_p = 20 \lg 100 = 40 \text{ дБ};$$

$$\omega_{c1} = 1/T_y = 5 \text{ с}^{-1}; \quad \lg \omega_{c1} = \lg 5 = 0,7 \text{ дек};$$

$$\omega_{c2} = 1/T_{c.п} = 100 \text{ с}^{-1}; \quad \lg \omega_{c2} = \lg 100 = 2 \text{ дек};$$

$$\omega_{c3} = 1/T_d = 20 \text{ с}^{-1}; \quad \lg \omega_{c3} = \lg 20 = 1,3 \text{ дек};$$

$$\omega_{c4} = 1/T = 1,25 \text{ с}^{-1}; \quad \lg \omega_{c4} = \lg 1,25 = 0,097 \text{ дек}.$$

Асимптотическая ЛАХ системы $L_p(\omega)$ представлена на рис. 3.25. Она незначительно отличается от истинной, так как коэффициент демпфирования $0,4 \leq \varepsilon \leq 0,7$. На этом же рисунке показаны ЛФХ отдельных звеньев: $\varphi_1(\omega)$ – форсирующего; $\varphi_2(\omega)$ и $\varphi_3(\omega)$ – апериодических; $\varphi_4(\omega)$ – колебательного. Для их построения можно использовать выражения (3.18), (3.25) или расчетные данные, приведенные в работе [7]. ЛФХ системы $\varphi_p(\omega)$ получена суммированием ординат отдельных ЛФХ при фиксированных значениях частот.

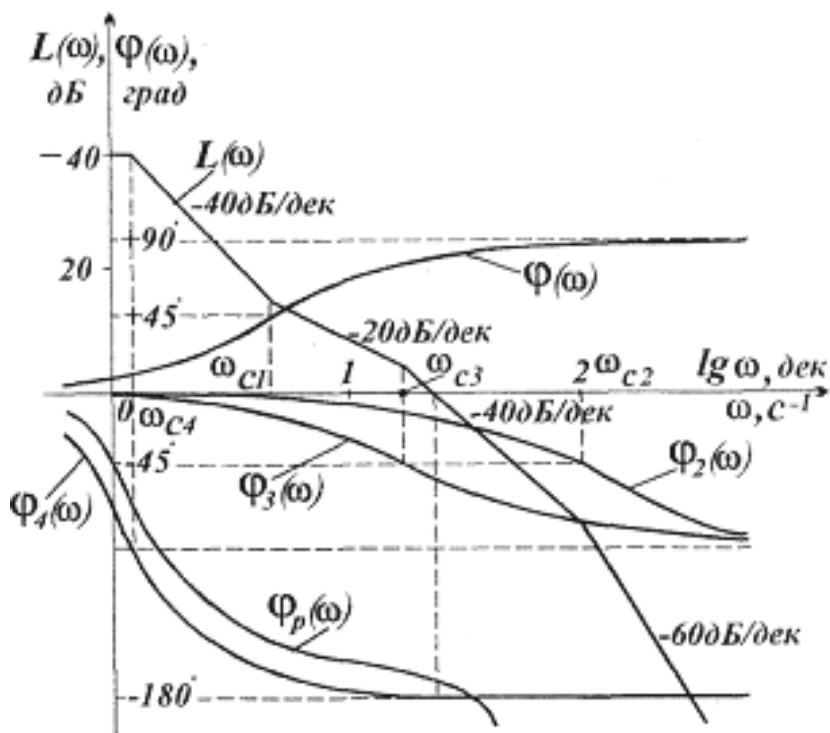


Рис. 3.25

Вопросы для самопроверки

1. Что понимается под передаточной и переходной функциями звеньев и систем?
2. Какие виды частотных характеристик используются для расчета САУ? Как они определяются?
3. Приведите выражения для передаточных функций, а также начертите графики переходных функций, ЛАХ и ЛФХ типовых динамических звеньев.
4. Какие свойства звена характеризует постоянная времени?
5. Как построить ЛАХ и ЛФХ одноконтурной разомкнутой системы? Чем отличается это построение для статических и астатических систем?
6. Как определяются передаточные функции при различных способах включения звеньев?

4. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ И КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

4.1. Понятие об устойчивости

Как уже пояснялось в п. 1.2, в замкнутой системе может возникнуть расходящийся переходный процесс (см. рис. 1.13), свидетельствующий о неустойчивости системы. Такая система является неработоспособной, поэтому требование устойчивости САУ – совершенно необходимое требование к ее динамическим свойствам.

Устойчивость – это свойство системы возвращаться к состоянию установившегося равновесия после исчезновения возмущения, нарушившего это равновесие [3-6]. Система, обладающая указанным свойством, называется *устойчивой асимптотически*. Далее будет идти речь именно об этом типе устойчивости.



Рис. 4.1

Очевидно, что система «шар – вогнутая поверхность» (рис. 4.1, а) устойчива, а система «шар – выпуклая поверхность» (рис. 4.1, б) неустойчива.

Для линейных систем устойчивость (или неустойчивость) является свойством только системы.

В случае нелинейных систем их устойчивость зависит еще от величины возмущения. Нелинейная система может быть устойчива при «малых» возмущениях и неустойчива при «больших» возмущениях (рис. 4.1, в).

4.2. Необходимое и достаточное условие устойчивости линейных (линеаризованных) систем

Движение таких систем описывается линейным неоднородным уравнением (3.6). Его решение, как известно, состоит из двух составляющих [3-6]:

$$X_{\text{ВЫХ}}(t) = X_{\text{В}}(t) + X_{\text{с}}(t).$$

Здесь $X_{\text{В}}(t)$ – частное решение неоднородного уравнения (3.6) с правой частью, описывающее вынужденное движение системы; $X_{\text{с}}(t)$ – общее решение однородного уравнения без правой части, получаемого из уравнения (3.6):

$$a_0 \frac{d^n X_{\text{ВЫХ}}}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} X_{\text{ВЫХ}}}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dX_{\text{ВЫХ}}}{dt} + a_n X_{\text{ВЫХ}} = 0. \quad (4.1)$$

В устойчивой системе (из определения) после исчезновения возмущения переходный процесс должен быть затухающим. Для этого составляющая $X_{\text{с}}(t)$, описывающая свободные движения системы, должна при $t \rightarrow \infty$ стремиться к нулю:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X_{\text{ВЫХ}}(t) = 0. \quad (4.2)$$

Характеристическое уравнение, соответствующее выражению (4.1), имеет вид

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0. \quad (4.3)$$

Если все его корни p_i – действительные числа, то решение уравнения (4.1) записывается в виде

$$X_{\text{с}}(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i t}, \quad (4.4)$$

где C_i – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий.

Проанализируем полученное решение (4.4). В случае, когда $p_i < 0$, каждое из слагаемых в выражении (4.4) при $t \rightarrow \infty$ стремится к нулю, поэтому и $X_c \rightarrow 0$, что по условию (4.2) свидетельствует об устойчивости системы. Если среди корней p_i имеется хотя бы один, больший нуля, в выражении (4.4) появляется слагаемое, неограниченно возрастающее при $t \rightarrow \infty$. Система в этом случае неустойчива.

Среди корней полинома (4.3) могут быть также комплексные сопряженные корни $p_{i,i+1} = \alpha_i \pm j\beta_i$. Каждая пара таких корней дает в решении (4.4) слагаемое вида

$$C_i e^{\alpha_i t} \sin(\beta_i t + \psi),$$

где ψ – фаза колебаний, определяемая из начальных условий.

Это слагаемое представляет собой колебания с амплитудой, изменяющейся по экспоненте. Если величина вещественной части корня $\alpha_i < 0$, то колебания будут затухать, т. е. система будет устойчивой. Если $\alpha_i > 0$, то колебания будут расходящимися, а система – неустойчивой. Наконец, при $\alpha_i = 0$, что соответствует паре чисто мнимых корней, колебания будут иметь постоянную амплитуду. В этом случае считают, что система находится на границе устойчивости.

Таким образом, *необходимым и достаточным условием устойчивости линейной (линеаризованной) системы является отрицательность действительных частей всех корней ее характеристического уравнения.*

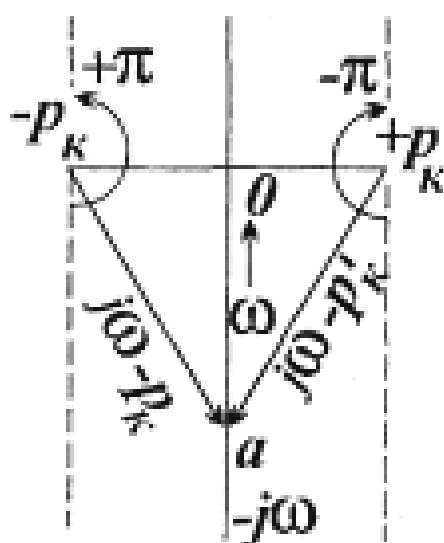


Рис. 4.2

Корни характеристического уравнения можно изобразить точками на комплексной плоскости (рис. 4.2), причем корни с отрицательной действительной частью будут лежать в левой полуплоскости. Тогда полученное условие можно сформулировать так: необходимым и достаточным условием устойчивости системы является расположение всех корней ее характеристического уравнения в левой комплексной полуплоскости.

Чисто мнимые корни располагаются на мнимой оси, т. е. эта ось в плоскости корней характеристического уравнения является границей устойчивости.

Рассмотренные условия устойчивости относятся к линейным системам, но почти все реальные системы являются нелинейными. При анализе устойчивости нелинейные уравнения, описывающие движение исходной системы, заменяют приближенными линеаризованными и, следовательно, вместо исходной нелинейной системы исследуют ее линейную модель. Правомерность такого подхода была обоснована русским математиком А.М. Ляпуновым. Полученные им выводы можно сформулировать следующим образом.

1. Если линейная модель системы устойчива, то устойчива «в малом» и исходная нелинейная система.
2. Если линейная модель системы неустойчива, то неустойчива и исходная нелинейная система.
3. Если линейная модель системы находится на границе устойчивости, то для выявления устойчивости или неустойчивости исходной нелинейной системы необходимо проводить дополнительное исследование исходных нелинейных уравнений.

Чтобы система была работоспособна, она не должна находиться не только на границе устойчивости, но даже вблизи ее, поэтому для практики наибольшее значение имеют первые два вывода.

Примечание. Когда динамические свойства системы описаны в форме передаточных функций, характеристическое уравнение, необходимое для анализа устойчивости, наиболее просто получить, приравняв к нулю знаменатель передаточной функции исследуемой системы.

Пример 4.1. Передаточная функция разомкнутой системы задана выражением (3.50). Требуется проверить ее устойчивость.

Приравняв к нулю знаменатель выражения (3.50), получим характеристическое уравнение

$$(T_{c.n}p + 1)(T_d p + 1)(T^2 p^2 + 2\varepsilon T p + 1) = 0.$$

Его корни найдем, приравнявая к нулю каждый множитель:

$$p_1 = -\frac{1}{T_{с.п}}; \quad p_2 = -\frac{1}{T_d}; \quad p_{3,4} = \frac{-\varepsilon T \pm \sqrt{(\varepsilon T)^2 - T^2}}{T^2} = -\frac{\varepsilon}{T} \pm j \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}{T}.$$

Действительные корни p_1, p_2 и действительная часть комплексных корней $p_{3,4}$ меньше нуля, следовательно, разомкнутая система устойчива.

Из рассмотренного примера видно, что для разомкнутой системы корни уравнений найти несложно. Однако наибольший интерес представляет исследование устойчивости замкнутых систем, а нахождение корней характеристических уравнений таких систем вызывает значительные трудности. В связи с этим были разработаны косвенные признаки, позволяющие судить о знаке действительной части корней без вычисления самих корней. Эти признаки называются *критериями устойчивости*.

4.3. Критерий устойчивости гурвица

Условия устойчивости, предложенные швейцарским математиком А. Гурвицем, так же как и разработанные английским ученым Е. Раусом, относятся к алгебраическим критериям устойчивости и заключаются в определенных требованиях к соотношению коэффициентов уравнения системы [3, 5]. Более широкое применение получил в силу своей простоты критерий Гурвица. Приведем его без доказательства.

Возьмем характеристический многочлен исследуемой системы в форме выражения (4.3):

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n. \quad (4.5)$$

Составим из его коэффициентов квадратную таблицу:

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & . & . & . & 0 \\ \overline{a_0} & \overline{a_2} & \overline{a_4} & \overline{a_6} & . & . & . & 0 \\ \overline{0} & \overline{a_1} & \overline{a_3} & \overline{a_5} & . & . & . & 0 \\ \overline{0} & \overline{a_0} & \overline{a_2} & \overline{a_4} & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & . & . & . & . & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix} \quad (4.6)$$

Таблица строится по следующим правилам. По главной диагонали записывают последовательно коэффициенты многочлена (4.5) начиная с a_1 . Столбцы таблицы вверх от главной диагонали заполняют коэффициентами с возрастающими индексами, вниз от главной диагонали – с убывающими. Все коэффициенты с индексами ниже 0 и выше n заменяют нулями.

Условие устойчивости заключается в следующем. Необходимо, чтобы коэффициент a_0 и все определители Гурвица Δ_i , полученные из таблицы (4.6), были положительными.

Определители 1-го, 2-го и 3-го порядков очерчены в таблице пунктирными линиями. Определитель i -того порядка включает i строк и i столбцов, n -ный определитель включает всю таблицу. Рассмотрим алгебраические условия устойчивости для систем различного порядка.

Для системы первого порядка характеристический полином

$$D(p) = a_0 p + a_1,$$

и условия устойчивости сводятся к выполнению неравенств $a_0 > 0$ и $\Delta_1 = a_1 > 0$.

Для системы второго порядка

$$D(p) = a_0 p^2 + a_1 p + a_2.$$

Таблица имеет вид

$$\begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix},$$

и условия устойчивости сводятся к выполнению неравенств $a_0 > 0$; $\Delta_1 = a_1 > 0$; $\Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 \cdot 0 > 0$. Последнее соотношение выполняется при $a_2 > 0$ (если считать, что $a_1 > 0$). Таким образом, для устойчивости систем первого и второго порядка достаточно положительности коэффициентов многочлена $D(p)$.

Для системы третьего порядка

$$D(p) = a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3;$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}.$$

Условия устойчивости следующие:

$$a_0 > 0; \quad \Delta_1 = a_1 > 0; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0; \quad \Delta_3 = a_3 \Delta_2 > 0.$$

Следовательно, для устойчивости систем третьего порядка уже недостаточно только положительности коэффициентов полинома $D(p)$.

Аналогично можно развернуть критерий Гурвица для систем более высокого порядка [5, 6]. Рассматриваемый критерий может использоваться для анализа устойчивости как замкнутых, так и разомкнутых систем, при этом необходимо исследовать соответствующее характеристическое уравнение.

Пример 4.2. Требуется проверить устойчивость синхронного двигателя, работающего с нерегулируемым напряжением возбуждения.

Уравнение свободного движения получим, приравняв к нулю правую часть выражения (3.4):

$$I \frac{d^2 \Theta}{dt^2} + \frac{A}{\omega_c} \frac{d\Theta}{dt} + k_1 \Theta = 0.$$

Соответствующий характеристический полином

$$D(p) = a_0 p^2 + a_1 p + a_2$$

имеет второй порядок, а условия устойчивости, как показано выше, сводятся к выполнению неравенств

$$a_0 = J > 0; \quad a_1 = \frac{A}{\omega_c} > 0; \quad a_2 = k_1 = \frac{m U_c E_d}{x_d \omega_c} \cos \Theta_0 > 0.$$

Два первых соотношения здесь всегда выполняются. Знак же коэффициента a_2 , выражение для которого получено в примере 2.2, зависит от значения угла Θ_0 . Рассматривая изменение угла в пределах от 0 до 180° (см. рис. 1.11, б), установим, что при $0 < \Theta_0 < 90^\circ$ $\cos \Theta_0 > 0$ и $a_2 > 0$, а при $90^\circ < \Theta_0 < 180^\circ$ $\cos \Theta_0 < 0$ и $a_2 < 0$. Следовательно, устойчивая работа синхронного двигателя возможна только на левом участке угловой характеристики, где $0 < \Theta_0 < 90^\circ$.

При использовании алгебраических критериев сложность расчетов возрастает с повышением порядка системы. В этом отношении

выгодно отличаются рассматриваемые ниже частотные критерии устойчивости, особенно критерий, базирующийся на анализе ЛАХ и ЛФХ системы.

4.4. Критерий устойчивости михайлова

При анализе устойчивости с помощью критерия, разработанного в 1938 г. советским ученым А.В. Михайловым, используется характеристический полином системы $D(p)$ (см. выражение (4.3)) [3-6]. Пояснение критерия можно дать на основе необходимого и достаточного условия устойчивости. Пусть известны корни p_i полинома $D(p)$. Тогда, разложив его на множители, можно записать

$$D(p) = a_0(p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n).$$

Заменив переменную p на $j\omega$, получим функцию комплексного переменного

$$D(j\omega) = a_0(j\omega - p_1)(j\omega - p_2) \dots (j\omega - p_n). \quad (4.7)$$

Каждый из множителей $(j\omega - p_i)$ можно представить на комплексной плоскости в виде вектора, начало которого совпадает с координатами корня p_i , а конец лежит на мнимой оси. Например, для действительного корня p_k начало вектора $(j\omega - p_k)$ лежит на отрицательной действительной полуоси, а конец при некотором значении $\omega_1 < 0$ – в точке a (см. рис. 4.2). Если изменять частоту ω от $-\infty$ до $+\infty$, рассматриваемый вектор будет поворачиваться в положительном направлении (против часовой стрелки) на угол π . Такой же поворот совершает вектор $(j\omega - p_i)$ в случае комплексного корня с отрицательной вещественной частью. Угол поворота результирующего вектора или, что то же самое, изменение аргумента комплексной функции $D(j\omega)$ определяется как сумма углов поворотов векторов $(j\omega - p_i)$. Если система устойчива, то все корни характеристического уравнения имеют отрицательную действительную часть (лежат в левой полуплоскости), каждый из множителей $(j\omega - p_i)$ при изменении частоты от $-\infty$ до $+\infty$ совершает поворот на угол π и суммарный угол поворота вектора $D(j\omega)$ равен $+\pi n$, где n – порядок уравнения. Если среди корней име-

ется хотя бы один с положительной вещественной частью (*система неустойчива*), то начало соответствующего вектора ($j\omega - p'_k$) лежит в правой полуплоскости (см. рис. 4.2), а при изменении частоты от $-\infty$ до $+\infty$ он совершает поворот по часовой стрелке на угол $-\pi$. При этом суммарный угол поворота вектора $D(j\omega)$ не равен $+\pi n$. Для анализа можно ограничиться диапазоном частот от 0 до $+\infty$, углы поворотов векторов в этом случае уменьшатся в 2 раза, и условие устойчивости сведется к выполнению следующего требования: угол поворота вектора $D(j\omega)$ должен быть равен $\pi n/2$.

Конец вектора $D(j\omega)$ описывает на комплексной плоскости кривую, называемую годографом Михайлова. Начало годографа лежит на действительной оси, так как при $\omega=0$ функция $D(j\omega)$ равна действительному числу. При повороте $D(j\omega)$ на угол $+\pi/2$ годограф проходит один квадрант, поэтому критерий Михайлова для системы n -ного порядка можно сформулировать так: *система устойчива, если годограф Михайлова, начинаясь на действительной полуоси, огибает против часовой стрелки начало координат, проходя последовательно n квадрантов.*

На рис. 4.3, а показаны годографы Михайлова для устойчивых систем различного порядка. Если годограф проходит через начало координат, то система находится на границе устойчивости. Нарушение порядка прохождения квадрантов свидетельствует о неустойчивости системы (рис. 4.3, б).

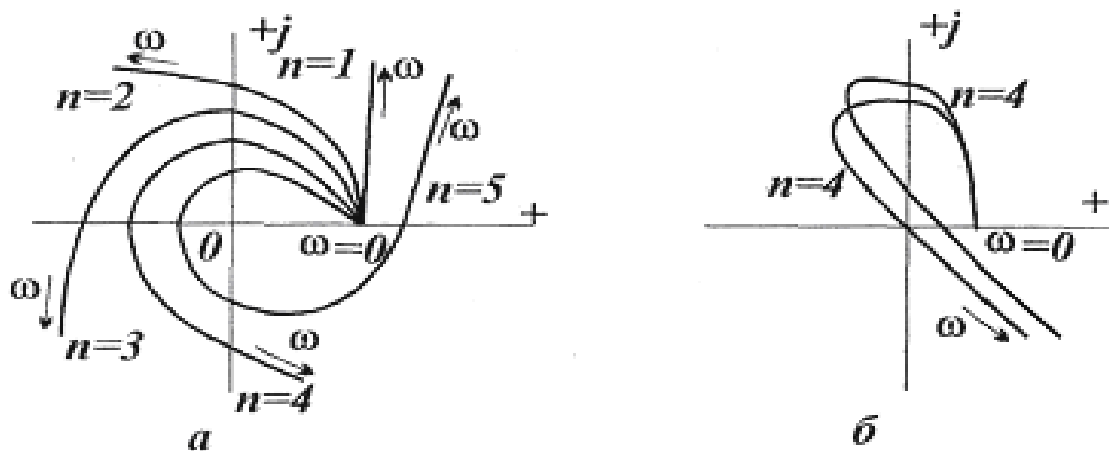


Рис. 4.3

Для построения годографа Михайлова используют характеристический полином $D(p)$ системы, описываемый выражением (4.3). Заменяя в нем p на $j\omega$, можно выделить в полученной комплексной функции действительную и мнимую части и, задавшись рядом значений частоты ω , рассчитать координаты точек годографа.

4.5. Критерий устойчивости найквиста

С помощью этого критерия, разработанного в 1932 г. американским ученым Г. Найквистом, можно судить об устойчивости *замкнутой системы* по АФХ системы в *разомкнутом состоянии* [3-6]. Доказательство этого критерия можно дать, используя критерий Михайлова.

Пусть имеется замкнутая система (рис. 4.4) и известна передаточная функция разомкнутой системы

$$W_p(p) = A(p)/B(p),$$

где $A(p)$ и $B(p)$ – многочлены, имеющие порядок соответственно m и n , причем в технических системах всегда выполняется условие $n \geq m$.

Передаточную функцию замкнутой системы найдем по выражению (3.35) с учетом, что в данном случае $W_{пр}(p) = W_p(p)$ и $W_{о.с}(p) = 1$:

$$W_3(p) = \frac{W_p(p)}{1 + W_p(p)} = \frac{A(p)/B(p)}{1 + A(p)/B(p)} = \frac{A(p)}{A(p) + B(p)} = \frac{A(p)}{D(p)}. \quad (4.8)$$

Введем в рассмотрение вспомогательную передаточную функцию

$$W_B(p) = 1 + W_p(p) = 1 + \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{A(p) + B(p)}{B(p)} = \frac{D(p)}{B(p)}. \quad (4.9)$$

Отметим, что числитель и знаменатель передаточной функции $W_B(p)$ совпадают соответственно с характеристическими полиномами (знаменателями) замкнутой $D(p)$ и разомкнутой $B(p)$ систем. Степень же полинома $D(p) = B(p) + A(p)$ определяется полиномом наиболее высокого порядка $B(p)$ и равна n .

Перейдем к рассмотрению векторов $D(j\omega)$ и $B(j\omega)$, соответствующих характеристическим полиномам замкнутой и разомкнутой систем. Основываясь на критерии Михайлова, найдем углы поворота

этих векторов при изменении частоты ω . Будем считать, что *разомкнутая система устойчива*. Тогда вектор $B(j\omega)$ при изменении ω от 0 до $+\infty$ повернется на угол $\pi n/2$. Предположим, что *замкнутая система также устойчива*. В этом случае вектор $D(j\omega)$ при изменении ω от 0 до $+\infty$ также повернется на угол $\pi n/2$. Угол поворота вектора, соответствующего вспомогательной передаточной функции

$$W_B(j\omega) = \frac{D(j\omega)}{B(j\omega)},$$

может быть найден как разность углов поворотов векторов $D(j\omega)$ и $B(j\omega)$. Очевидно, что в рассматриваемом случае он будет равен нулю.

Предположим теперь, что замкнутая система неустойчива. Тогда угол поворота вектора $D(j\omega)$ при изменении ω от 0 до $+\infty$ согласно критерию Михайлова не будет равен $+\pi n/2$. При этом вектор $W_B(j\omega)$ будет совершать поворот на угол, не равный нулю.

Таким образом, условия устойчивости замкнутой системы при устойчивой разомкнутой сводятся к следующему: при изменении частоты от 0 до $+\infty$ угол поворота вектора $W_B(j\omega)$ должен быть равен нулю. С учетом выражения (4.9) $W_B(j\omega)$ можно представить в виде

$$W_B(j\omega) = 1 + W_p(j\omega)$$

и изобразить на комплексной плоскости (рис. 4.5) в виде вектора, начало которого лежит в точке с координатами $(-1, j0)$, а конец совпадает с концом вектора $W_p(j\omega)$. Как уже отмечалось (см. п. 3.4, 3.6), функция $W_p(j\omega)$ представляет собой частотную функцию разомкнутой системы, и при изменении частоты от 0 до $+\infty$ вектор $W_p(j\omega)$ описывает на комплексной плоскости кривую, называемую АФХ системы.

Следовательно, при изменении частоты конец вектора $W_B(j\omega)$ скользит по АФХ разомкнутой системы. Рассматривая рис. 4.4, а и 4.4, б (кривая 1), легко заметить, что угол поворота вектора $W_B(j\omega)$ будет равен нулю, если его начало, т. е. точка $(-1, j0)$, лежит вне кривой АФХ.

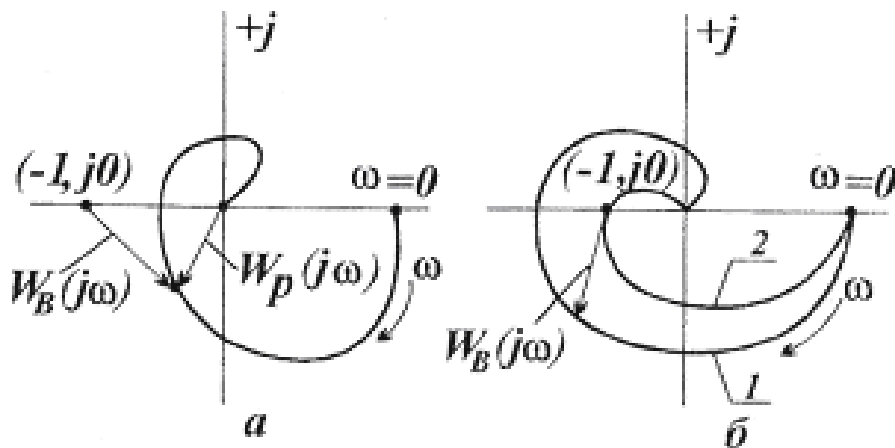


Рис. 4.4

На основании изложенного критерий Найквиста можно сформулировать так: *если разомкнутая система устойчива, то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы АФХ разомкнутой системы не охватывала точку с координатами $(-1, j0)$.*

Случай, когда АФХ проходит через указанную точку (кривая 2 на рис. 4.4, б), соответствует границе устойчивости системы. Как уже отмечалось, удобнее пользоваться частотными характеристиками системы, построенными в логарифмическом масштабе, поэтому на практике обычно пользуются условиями устойчивости по ЛАХ и ЛФХ системы. Эти условия можно рассматривать как следствие критерия Найквиста.

4.6. Суждение об устойчивости системы по ЛАХ и ЛФХ

Как и критерий Найквиста, рассматриваемые условия позволяют проанализировать устойчивость *замкнутой* системы по частотным характеристикам *разомкнутой* системы. Установим связь между видом АФХ системы и видом ее ЛАХ и ЛФХ. Учтем, что модуль частотной функции $W_p(j\omega)$ для частоты ω_i равен значению АЧХ $A(\omega_i)$, а угол поворота – значению ФЧХ $\varphi(\omega_i)$ (см. п. 3.4).

Для системы, находящейся на *границе устойчивости* (см. рис. 4.4, б), при частоте ω_i фазовый сдвиг $\varphi(\omega_i)=-\pi$, а модуль $A(\omega_i)=1$, так как АФХ пересекает действительную ось в точке с координатой, равной -1 . Значению $A(\omega_i)=1$ в логарифмическом масштабе соответствует

$L_1(\omega_i)=20\lg A(\omega_i)=0$ дБ. Следовательно, для рассматриваемой системы при фазовом сдвиге $-\pi$ ЛАХ $L_1(\omega)$ пересекает ось частот (рис. 4.5).

Для устойчивой системы при фазовом сдвиге $\varphi(\omega_i)=-\pi$ модуль $A(\omega_i)<0$ (см. рис. 4.4, а). Ордината ЛАХ $L_2(\omega_i)=20\lg A(\omega_i)<0$, следовательно, в этом случае ЛАХ $L_2(\omega)$ пересекает ось абсцисс раньше, чем ЛФХ достигает значения $-\pi$ (см. рис. 4.5).

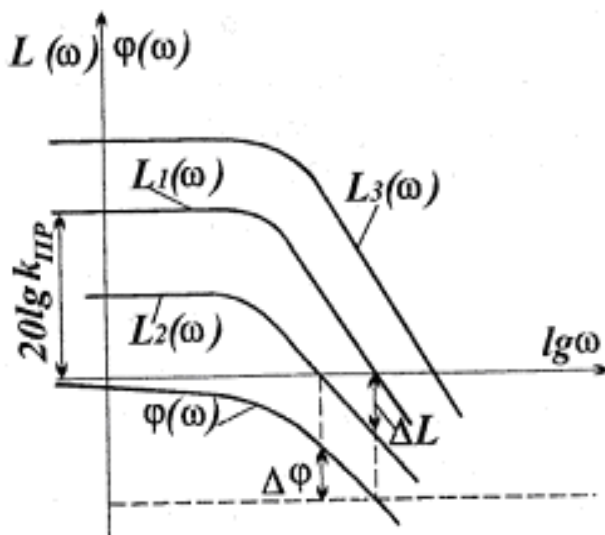


Рис. 4.5

Наконец, если система *неустойчива* (см. рис. 4.4, б, кривая 1), то при $\varphi(\omega_i)=-\pi$ $A(\omega_i)>1$ и $L_3(\omega_i)=20\lg A(\omega_i)>0$, т. е. ЛАХ $L_3(\omega)$ пересекает ось абсцисс позже, чем ЛФХ достигает значения $-\pi$ (см. рис. 4.6).

Таким образом, для систем, устойчивых в разомкнутом состоянии, условия устойчивости сводятся к следующему: замкнутая система будет устойчива, если ЛАХ разомкнутой системы пересекает ось абсцисс раньше, чем ЛФХ достигает значения $-\pi$.

Примечание. Сформулированное условие устойчивости справедливо и в случае астатической системы, хотя такая система не является асимптотически устойчивой – ее характеристическое уравнение содержит один нулевой корень.

Пример 4.3. Требуется проверить на устойчивость замкнутую систему, рассмотренную в примере 3.3.

Согласно результату, полученному в примере 4.1, данная система в разомкнутом состоянии устойчива, следовательно, можно восполь-

зоваться полученными выше условиями устойчивости. ЛАХ и ЛФХ разомкнутой системы построены на рис. 3.21, из которого видно, что при пересечении ЛАХ с осью абсцисс ЛФХ располагается выше отметки $-\pi$. Следовательно, замкнутая система устойчива.

4.7. Влияние коэффициента усиления системы на устойчивость

Предположим, при некотором значении коэффициента усиления k_{p1} разомкнутой системы ее ЛАХ и ЛФХ имеют вид $L_2(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ (см. рис. 4.5), т. е. замкнутая система устойчива. Низкочастотный участок ЛАХ статической системы проходит на уровне $20\lg k_p$, поэтому при увеличении коэффициента k_p ЛАХ будет перемещаться вверх параллельно самой себе, а ЛФХ будет оставаться неизменной. Если коэффициент k_p достигнет значения $k_{пр}$, ЛАХ примет вид $L_1(\omega)$ (см. рис. 4.5) и система окажется на границе устойчивости. Коэффициент $k_{пр}$ называют *предельным коэффициентом усиления* разомкнутой системы. Когда величина k_p превышает $k_{пр}$, система теряет устойчивость.

В гл. 2 (см. выражение (2.15)) установлено, что для повышения статической точности системы необходимо увеличивать коэффициент k_p . Однако это требование находится в противоречии с условиями устойчивости замкнутой системы. Для обеспечения устойчивости при больших значениях коэффициента k_p в систему вводят специальные *корректирующие устройства* [3-6].

При теоретическом расчете системы необходимо добиваться, чтобы она была достаточно далека от границы устойчивости, т. е. имела *запас устойчивости*. Иначе из-за неточности математического описания и вариаций параметров во времени на практике система может оказаться неустойчивой.

В случае анализа устойчивости по логарифмическим частотным характеристикам запас устойчивости оценивают двумя показателями. Устойчивая система с характеристиками $L_2(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ (см. рис. 4.6) имеет запас по фазе $\Delta\varphi$ и запас по амплитуде ΔL .

Запас устойчивости по фазе $\Delta\varphi$ показывает, при каком дополнительном увеличении фазовых сдвигов система окажется на границе устойчивости. Обычно принимают $\Delta\varphi \geq 30^\circ$.

Запас устойчивости по амплитуде ΔL показывает, при каком дополнительном подъеме ЛАХ система окажется на границе устойчивости. Значение $\Delta L = 20 \lg k_{\text{пр}} / k_p$ показывает допустимое увеличение коэффициента k_p . При проектировании обычно принимают $\Delta L \geq 6$ дБ, что соответствует примерно двукратному допустимому увеличению k_p .

4.8. Показатели качества переходных процессов

Устойчивость является необходимым, но недостаточным условием нормального функционирования системы. Правильно спроектированная САУ должна также обеспечивать требуемое качество переходных процессов. Качество переходного процесса обычно оценивают по *переходной характеристике системы* [3-6]. Для *следающих систем и систем программного управления* наибольший интерес представляет переходная характеристика по *управляющему воздействию* $X_{\text{вых}}(t)$, показывающая изменение выходной величины при ступенчатом изменении задающего (управляющего) воздействия $X_{\text{вх}}$ (рис. 4.6). Основными показателями качества являются следующие:

1) время переходного процесса $t_{\text{п.у}}$. За $t_{\text{п.у}}$ условно принимают время вхождения кривой $X_{\text{вых}}(t)$ в зону допустимых отклонений $\pm\delta$. Величину зоны обычно берут равной 5% от установившегося значения $X_{\text{уст}}$;

2) перерегулирование, которое определяется по выражению

$$\sigma\% = \frac{\Delta X_{\text{макс}}}{X_{\text{уст}}} 100\%,$$

где $\Delta X_{\text{макс}}$ – максимальное отклонение выходной величины в переходном процессе (см. рис. 4.7);

3) колебательность, которая определяется как число полувольт кривой переходного процесса за время $t_{\text{п.у}}$. Для колебательного процесса, показанного на рис. 4.6 кривой 1, колебательность равна 3; для апериодического процесса (кривая 2) колебательность и перерегулирование равны 0.

Для систем стабилизации наибольший интерес представляет переходная характеристика по возмущению. Она показывает изменение $X_{\text{вых}}$ при ступенчатом изменении возмущения $f_{\text{в}}$. Например, для системы стабилизации угла Θ синхронного двигателя (см. рис. 1.6) основным возмущением является изменение момента $M_{\text{с}}$ на валу двигателя (в этом случае $X_{\text{вых}} = \Theta$, а $f_{\text{в}} = M_{\text{с}}$).

По рассматриваемой переходной функции определяют следующие показатели.

1. *Время переходного процесса* $t_{\text{п.в}}$. Под ним понимают время, за которое кривая $X_{\text{вых}}(t)$ возвращается в зону допустимых отклонений $\pm\delta$. Если система имеет статическую ошибку, то после окончания переходного процесса устанавливается новое значение выходной величины $X_{\text{уст}2} \neq X_{\text{уст}1}$. Величину зоны $|\delta_1|$ в этом случае следует принимать больше величины статической ошибки.

При несоблюдении этого условия кривая $X_{\text{вых}}(t)$ не будет входить в зону $\pm\delta$, и определить время $t_{\text{п.в}}$ не удастся.

Относительный динамический «провал» («выброс» в случае возрастания $X_{\text{вых}}$) регулируемой величины подсчитывают по выражению

$$\varepsilon\% = \frac{\Delta X'_{\text{макс}}}{X_{\text{уст}}} 100\%,$$

где $\Delta X'_{\text{макс}}$ — максимальное отклонение выходной величины в переходном процессе (рис. 4.7).

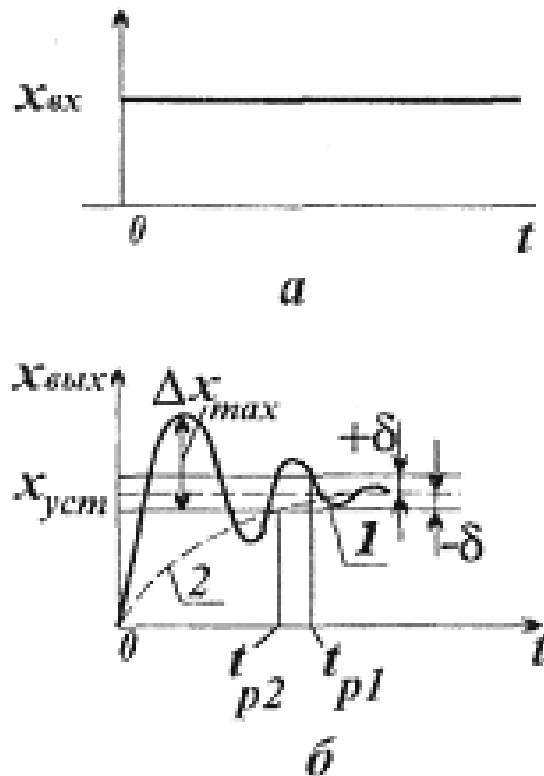
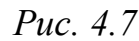


Рис. 4.6



4.9. Расчет переходных процессов с помощью обратного преобразования лапласа

$$X_{\text{BbIX}}(p) = W_{\text{v}}(p)X_{\text{BX}}(p); \quad X_{\text{BbIX}}(p) = W_f(p)f_{\text{B}}(p), \quad (4.10)$$

Обычно ставится задача расчета *переходных функций* системы, т. е. воздействие принимается единичным ступенчатым, и его изображение

равно $1/p$. При этом изображение выходной величины для системы n -ного порядка может быть записано в следующем общем виде:

$$X_{\text{вых}}(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n} \cdot \frac{1}{p}. \quad (4.11)$$

Далее независимо от предполагаемого способа перехода от (4.11) к оригиналу необходимо найти корни знаменателя изображения (4.11), разложить, например, с помощью общего метода или теоремы разложения дробь (4.11) на сумму простейших дробей и с помощью таблиц обратных преобразований Лапласа найти оригинал $X_{\text{вых}}(t)$.

Однако в правильно спроектированной замкнутой системе во многих случаях коэффициенты a_i при высоких степенях p оказываются на несколько порядков меньше коэффициента a_{n-1} при p в первой степени, что позволяет пренебречь ими без большого ущерба для точности расчетов. В результате удастся значительно понизить порядок многочлена знаменателя (обычно до второго, реже – до третьего порядка) и резко упростить задачу. Примеры расчетов переходных процессов с помощью рассматриваемого метода приведены в работах [6], [7].

4.10. Определение оригиналов изображений лапласа с помощью теоремы разложения

Пусть искомая функция $X_{\text{вых}}(t)$ имеет следующее изображение по Лапласу:

$$X_{\text{вых}}(p) = \frac{B(p)}{pD(p)}, \quad (4.12)$$

где $B(p) = \sum_{i=0}^m b_i p^i$; $D(p) = \sum_{j=0}^n a_j p^j$; $m \leq n$.

Причем характеристическое уравнение $D(p) = 0$ не имеет ни нулевых, ни кратных корней. Для этого случая согласно теореме разложения оригинал $X_{\text{вых}}(t)$ может быть найден по формуле

$$X_{\text{вых}}(t) = \frac{B(0)}{D(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{B(p_k)}{p_k D'(p_k)} e^{p_k t}, \quad (4.13)$$

где $p_1, \dots, p_k, \dots, p_n$ – корни уравнения $D(p) = 0$; $D'(p) = \frac{dD(p)}{dp}$.

Пример 4.4. Найти оригинал изображения

$$X_{\text{вых}}(p) = \frac{80(p+100)}{p(p^3 + 70p^2 + 1400p + 8000)}.$$

Корни характеристического уравнения

$$p^3 + 70p^2 + 1400p + 8000 = 0$$

являются действительными, различными и отрицательными:

$$p_1 = -10 \text{ 1/c}; \quad p_2 = -20 \text{ 1/c}; \quad p_3 = -40 \text{ 1/c}.$$

Найдем полиномы, входящие в (4.13) и (4.12):

$$B(p) = 80(p+100), \quad B(0) = 8000,$$

$$D(p) = p^3 + 70p^2 + 1400p + 8000, \quad D(0) = 8000, \quad D'(p) = 3p^2 + 140p + 1400.$$

Согласно формуле разложения (4.13) получим выражение для переходной функции:

$$\begin{aligned} X_{\text{вых}}(p) &= 1 + \sum_{k=1}^n \frac{80(p_k + 100)}{p_k(3p_k^2 + 140p_k + 1400)} e^{p_k t} = \\ &= 1 + \frac{80(-10+100)}{-10[3(-10)^2 + 140(-10) + 1400]} e^{-10t} + \frac{80(-20+100)}{-20[3(-20)^2 + 140(-20) + 1400]} e^{-20t} + \\ &\quad + \frac{80(-40+100)}{-40[3(-40)^2 + 140(-40) + 1400]} e^{-40t} = 1 - 2,4e^{-10t} + 1,6e^{-20t} - 0,2e^{-40t}. \end{aligned}$$

4.11. Построение переходных процессов с помощью численного моделирования

Построить переходный процесс в замкнутой САУ с передаточной функцией

$$W_3(p) = \frac{b}{p^4 + a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + a_0}.$$

По определению передаточная функция есть отношение изображений выходного сигнала к входному при нулевых начальных условиях

$$W_3(p) = \frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{вх}}(p)},$$

поэтому
$$\frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{вх}}(p)} = \frac{b}{p^4 + a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + a_0}.$$

Из этого выражения следует операторное уравнение

$$p^4 X_{\text{ВЫХ}}(p) + a_3 p^3 X_{\text{ВЫХ}}(p) + a_2 p^2 X_{\text{ВЫХ}}(p) + a_1 p X_{\text{ВЫХ}}(p) + a_0 X_{\text{ВЫХ}}(p) = b X_{\text{ВХ}}(p).$$

Заменив в этом уравнении изображения производных временными функциями

$$p^i X_{\text{ВЫХ}}(p) = \frac{d^i X_{\text{ВЫХ}}}{dt^i}, \quad i = 1, \dots, 4,$$

получим дифференциальное уравнение в виде

$$\frac{d^4 X_{\text{ВЫХ}}}{dt^4} = b X_{\text{ВХ}} - a_3 \frac{d^3 X_{\text{ВЫХ}}}{dt^3} - a_2 \frac{d^2 X_{\text{ВЫХ}}}{dt^2} - a_1 \frac{d X_{\text{ВЫХ}}}{dt} - a_0 X_{\text{ВЫХ}}.$$

Вводя обозначения $X_{\text{ВЫХ}} = X_1$, $\frac{d X_{\text{ВЫХ}}}{dt} = X_2$, $\frac{d^2 X_{\text{ВЫХ}}}{dt^2} = X_3$, $\frac{d^3 X_{\text{ВЫХ}}}{dt^3} = X_4$,

получим дифференциальное уравнение, записанное в нормальной форме:

$$\begin{cases} \frac{dX_1}{dt} = X_2; \\ \frac{dX_2}{dt} = X_3; \\ \frac{dX_3}{dt} = X_4; \\ \frac{dX_4}{dt} = bX_{\text{ВХ}} - a_3X_4 - a_2X_3 - a_1X_2 - a_0X_1. \end{cases}$$

Для решения полученного уравнения можно воспользоваться стандартной программой, предварительно присвоив коэффициентам $a_0, \dots, a_3$ и входному воздействию $X_{\text{ВХ}}$ численные значения.

4.12. Построение переходных процессов с помощью аналогового моделирования

Передаточные функции элементов САУ можно воспроизвести с помощью электрических схем, состоящих из операционных усилителей, конденсаторов и резисторов. Передаточная функция блока, собранного на операционном усилителе, равна отношению изображений сопротивлений цепи обратной связи $Z_2(p)$ к изображению сопротивления прямой цепи $Z_1(p)$, т. е.

$$W(p) = -\frac{Z_2(p)}{Z_1(p)}. \quad (4.14)$$

Знак минус означает, что входное напряжение подано на инвертирующий вход операционного усилителя.

В качестве примера рассмотрим определение передаточной функции электрической цепи, показанной на рис. 4.8.

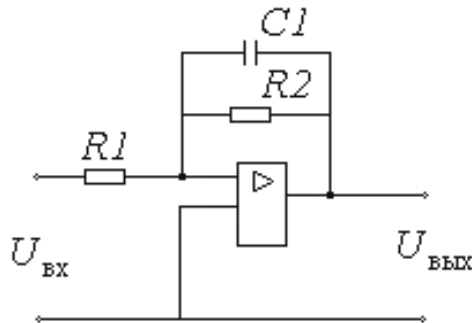


Рис. 4.8

Для этой схемы

$$Z_1(p) = R1; \quad (4.15)$$

$$Z_2(p) = \frac{R2 \cdot \frac{1}{pC1}}{R2 + \frac{1}{pC1}} = \frac{R2}{R2C1p + 1}. \quad (4.16)$$

Тогда из (4.14) с учетом (4.15) и (4.16) следует

$$W(p) = -\frac{k}{Tp + 1}, \quad (4.17)$$

что соответствует передаточной функции апериодического звена с коэффициентом передачи

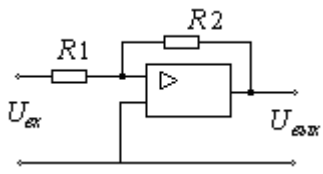
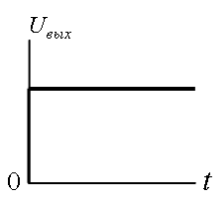
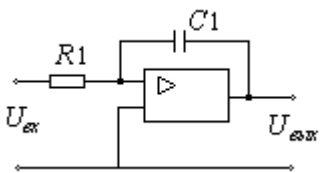
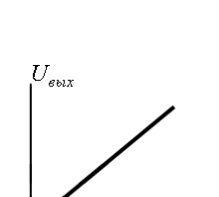
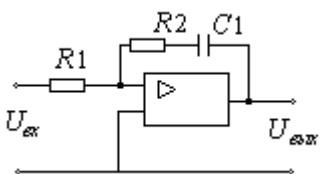
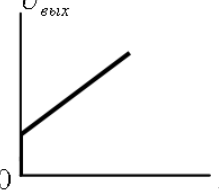
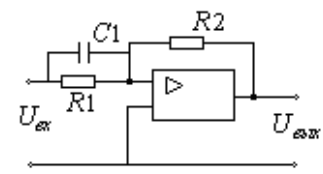
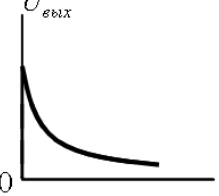
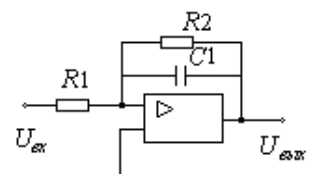
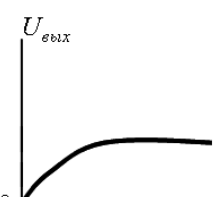
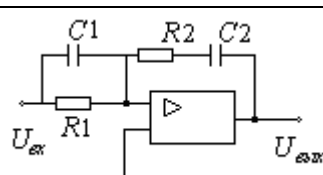
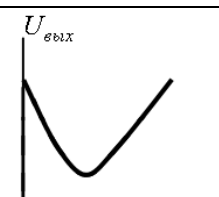
$$k = \frac{R2}{R1}$$

и постоянной времени

$$T = R2C1.$$

Принципиальные электрические схемы, передаточные функции, переходные характеристики и расчетные соотношения некоторых динамических звеньев приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Тип звена	Принципиальная схема	Передаточная функция	Расчетные соотношения	Переходная характеристика
П		$W(p) = k$	$k = \frac{R2}{R1}$	
И		$W(p) = \frac{1}{T_1 p}$	$T_1 = R1C1$	
ПИ		$W(p) = \frac{T_1 p + 1}{T_2 p}$ или $W(p) = k + \frac{1}{T_2 p}$	$T_1 = R2C1$; $T_2 = R1C1$; $k = \frac{R2}{R1}$	
ПД		$W(p) = k(1 + T_1 p)$ или $W(p) = k + T_2 p$	$k = \frac{R2}{R1}$; $T_1 = R1C1$; $T_2 = R2C1$	
А		$W(p) = \frac{k}{T_1 p + 1}$	$k = \frac{R2}{R1}$; $T_1 = R2C1$	
ПИД		$W(p) = \frac{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}{T_3 p}$ или $W(p) = k + \frac{1}{T_3 p} + T_4 p$	$T_1 = R1C1$; $T_2 = R2C2$; $T_3 = R1C2$; $K = \frac{C1}{C2} + \frac{R2}{R1}$; $T_4 = R2C1$	

Пример 4.5. Построить переходный процесс в системе (рис. 4.9).

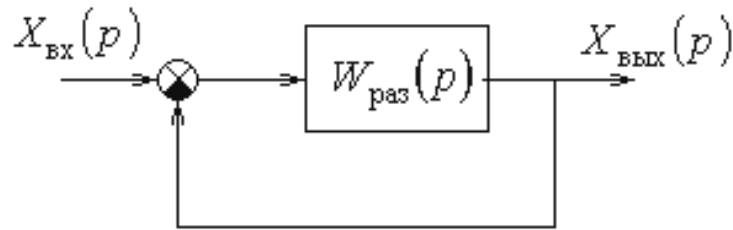


Рис. 4.9

Передаточная функция разомкнутой системы

$$W_{\text{раз}}(p) = \frac{k_p(1 + T_1 p)}{T_1 p(1 + T_2 p)(1 + T_3 p)},$$

где $k_p = 20$; $T_1 = 0,1$ с; $T_2 = 0,3$ с; $T_3 = 0,4$ с.

Представим передаточную функцию $W_p(p)$ произведением передаточных функций ПИ – звена и двух апериодических звеньев (табл. 4.1):

$$W(p) = W_1(p)W_2(p)W_3(p),$$

где $W_1(p) = \frac{k_1(1 + T_1 p)}{p}$; $W_2(p) = \frac{k_2}{(1 + T_2 p)}$; $W_3(p) = \frac{k_3}{(1 + T_3 p)}$.

Тогда система, представленная на рис. 4.9, может быть реализована следующей принципиальной схемой (рис. 4.10).

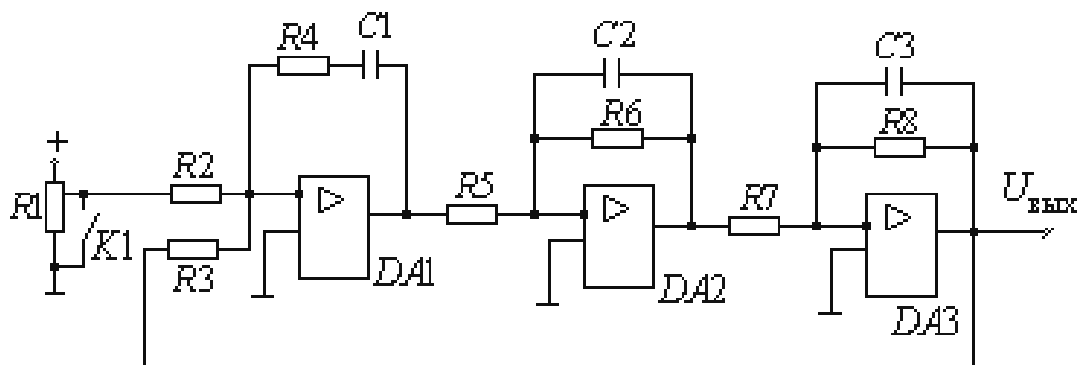


Рис. 4.10

Принимаем $C1 = C2 = C3 = 10^{-6}$ Ф, тогда

$$R4 = \frac{T_1}{C1} = \frac{0,1}{10^{-6}} = 100 \text{ кОм};$$

$$R6 = \frac{T_2}{C2} = \frac{0,3}{10^{-6}} = 300 \text{ кОм};$$

$$R8 = \frac{T_3}{C3} = \frac{0,4}{10^{-6}} = 400 \text{ кОм}.$$

Так как произведение коэффициентов усиления

$$k_2 \cdot k_3 = k_p = 20,$$

то, приняв $k_2 = 4$, получим $k_3 = 5$.

Сопротивления резисторов

$$R5 = \frac{R6}{K2} = \frac{300}{4} = 75 \text{ кОм};$$

$$R7 = \frac{R8}{K3} = \frac{400}{5} = 80 \text{ кОм};$$

$$R1 = R2 = \frac{T_1}{C1} = \frac{0,1}{10^{-6}} = 100 \text{ кОм}.$$

Собираем схему (см. рис. 4.10), предварительно подключив к выходу какой-либо регистрирующий прибор (например осциллограф). Задатчиком $R1$ выставим напряжение, равное, например, 1 В. Замыкаем ключ $K1$, схема переходит в исходное нулевое положение. Затем его размыкаем. На экране осциллографа увидим кривую переходного процесса $U_{\text{вых}}(t)$.

4.13. исследование динамических характеристик моделированием САУ на ЭВМ

Для проектирования и исследования САУ в настоящее время широко используются информационные технологии, в частности моделирование САУ на ЭВМ. Для этого может быть использована среда MATLAB или специальные программы, например CLASSIC. Так, при моделировании с помощью программы CLASSIC могут быть рассчитаны переходный процесс в САУ, логарифмические частотные характеристики, амплитудно-фазовая характеристика, корни характеристического уравнения системы.

Предположим, ставится задача исследования характеристик САУ, структурная схема которой приведена на рис. 4.11.

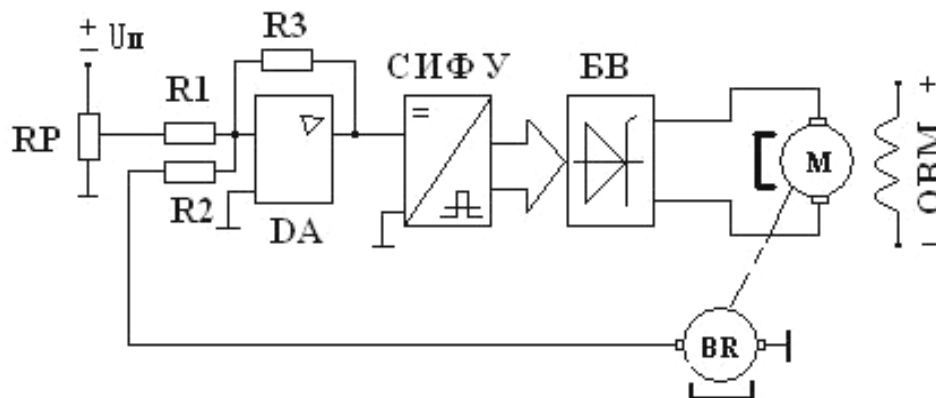


Рис. 4.11

Исследуемая САУ представляет собой замкнутую одноконтурную систему регулирования частоты вращения ω_d двигателя машины постоянного тока независимого возбуждения. Регулирование частоты вращения осуществляется изменением напряжения на якоре. Для питания якорной цепи двигателя используется управляемый вентильный преобразователь. Он состоит из системы импульсно-фазового управления (СИФУ) и блока вентиляей (БВ). Система замкнута отрицательной обратной связью по скорости. В качестве датчика скорости используется тахогенератор (*BR*). На входе П-регулятора на микросхеме *DA* сравнивается сигнал задания $U_{зд}$, снимаемый с задатчика (потенциометр *RP*), и сигнал обратной связи U_{oc} , снимаемый с *BR*.

Необходимо провести исследование характеристик системы в разомкнутом и замкнутом состояниях.

Структурная схема системы составлена в соответствии с функциональной схемой и приведена на рис. 4.12.



Рис. 4.12

Свойства отдельных элементов системы на структурной схеме описаны коэффициентами передачи и передаточными функциями.

С учетом сведений, изложенных в п. 3.7, конкретизируем описание динамических свойств и параметров отдельных элементов.

П-регулятор – его свойства описываются коэффициентом усиления K_y , задано значение $K_y=20$.

Вентильный преобразователь – его динамические свойства приближенно описываются передаточной функцией апериодического звена

$$W_{en}(p) = \frac{K_{en}}{T_{en}p + 1},$$

где K_{en} – коэффициент передачи вентильного преобразователя, $K_{en}=30$; T_{en} – постоянная времени вентильного преобразователя, $T_{en}=0,0035$ с.

Двигатель постоянного тока – динамические свойства ДПТ, описываются передаточной функцией второго порядка

$$W_{\partial}(p) = \frac{K_{\partial y}}{T_m T_{\partial} p^2 + T_m p + 1},$$

где $K_{\partial y}$ – коэффициент передачи двигателя по управляющему воздействию, $K_{\partial y}=1,5$ рад/В·с; T_m – электромеханическая постоянная времени, $T_m=0,12$ с; T_{∂} – электромагнитная постоянная времени, $T_{\partial}=0,02$ с.

Учитывая, что $T_m \gg 4T_{\partial}$, передаточную функцию двигателя можно привести к типовой, соответствующей апериодическому звену второго порядка:

$$W_{\partial}(p) = \frac{K_{\partial y}}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}.$$

Чтобы найти постоянные T_1 и T_2 , необходимо рассчитать корни характеристического уравнения $T_m T_{\partial} p^2 + T_m p + 1 = 0$:

$$p_i = \frac{-T_m \pm \sqrt{T_m^2 - 4T_m T_{\partial}}}{2T_m T_{\partial}};$$

$$p_1 = \frac{-0,12 + \sqrt{0,12^2 - 4 \cdot 0,12 \cdot 0,02}}{2 \cdot 0,12 \cdot 0,02} = -10,57;$$

$$p_2 = \frac{-0,12 - \sqrt{0,12^2 - 4 \cdot 0,12 \cdot 0,02}}{2 \cdot 0,12 \cdot 0,02} = -39,57.$$

Эквивалентные постоянные времени

$$T_1 = -\frac{1}{p_1} = 0,095c; \quad T_2 = -\frac{1}{p_2} = 0,025c.$$

Тахогенератор – в системах электропривода обычно принимают пропорциональным звеном и описывают его свойства коэффициентом передачи K_{BR} :

$$K_{BR} = 2,4 \text{ В/рад}\cdot\text{с}.$$

На основании полученных результатов передаточная функция разомкнутой системы

$$W_p(p) = K_y W_{\text{вн}}(p) W_{\text{д}}(p) K_{BR} = \frac{K_y K_{\text{вн}} K_{BR} K_{\text{д}}}{(T_{\text{вн}}p + 1)(T_1p + 1)(T_2p + 1)} = \frac{K_p}{(T_{\text{вн}}p + 1)(T_1p + 1)(T_2p + 1)}.$$

Проведем исследование характеристик системы в **разомкнутом состоянии**.

Для исследования характеристик системы в разомкнутом состоянии необходимо сформировать соответствующую модель системы. При наборе модели можно задать передаточную функцию разомкнутой системы одним звеном, однако удобнее представить систему отдельными элементами, как показано на рис. 4.13.

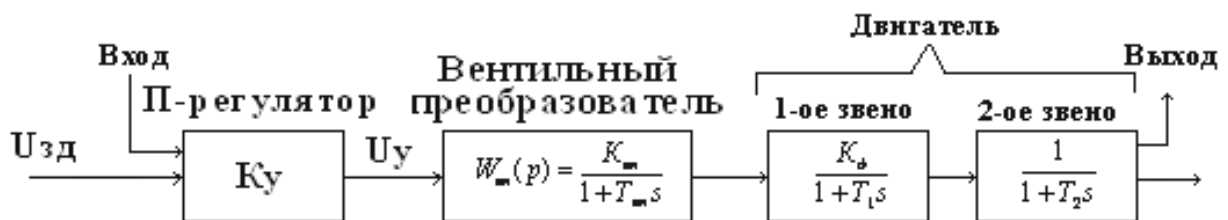


Рис. 4.13

Следует также отметить, что в программе CLASSIC оператор Лапласа обозначается буквой s .

На рис. 4.14 представлен расчетный график переходного процесса по управляющему воздействию. Из графика следует, что переход-

ный процесс сходящийся, т. е. разомкнутая система устойчива. По графику определено также время регулирования $t_p=0,4$ с.

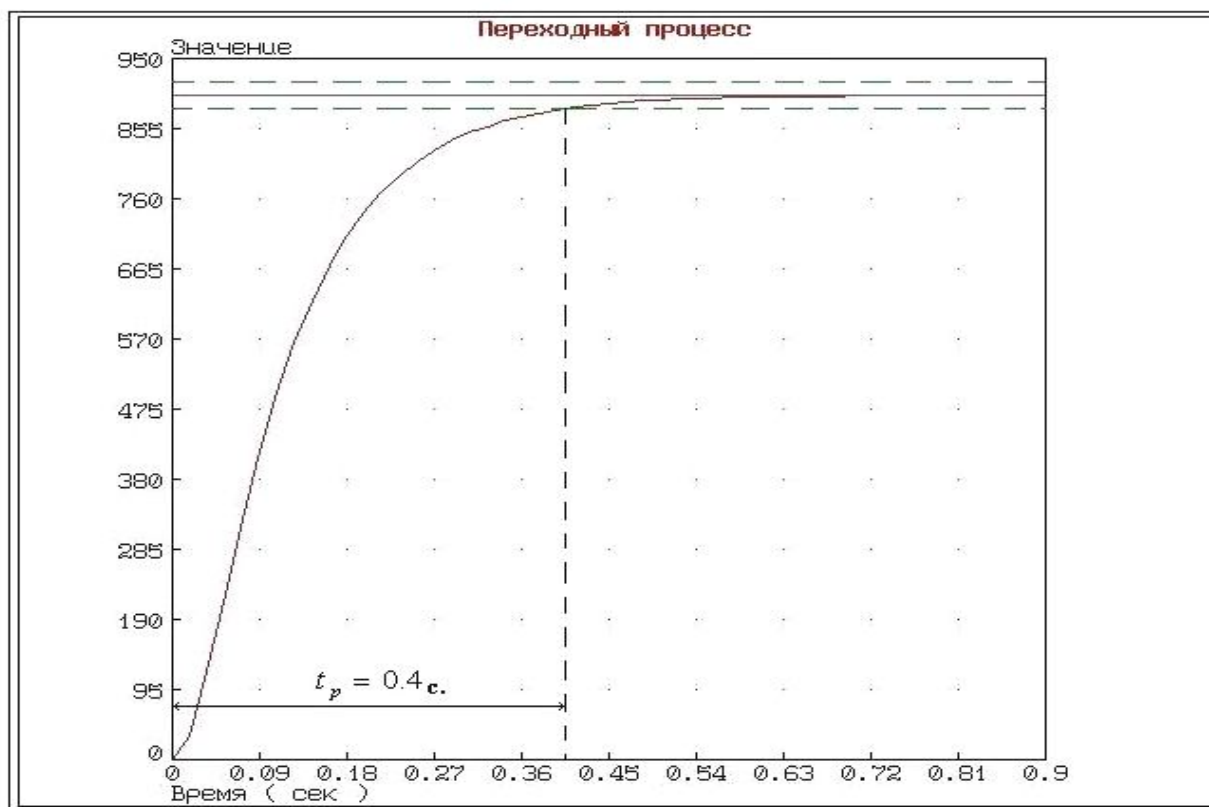


Рис. 4.14

Обратим внимание, что вид графика переходного процесса позволяет сделать однозначный вывод об устойчивости или неустойчивости системы. При «ручном» расчете построение графика, как правило, сопряжено с большим объемом вычислительной работы. В этой ситуации использование критериев устойчивости упрощает решение задачи анализа устойчивости. Кроме того, критерии устойчивости, особенно частотные, позволяют наметить пути обеспечения устойчивости. Подробнее этот вопрос обсуждается в следующем параграфе.

При исследовании САУ на ЭВМ с помощью программы CLASSIC выдается избыточная с точки зрения оценки устойчивости информация. Воспользуемся этим и дополнительно проанализируем устойчивость разомкнутой системы по необходимым и достаточным условиям.

В результате расчетов получены корни характеристического уравнения разомкнутой системы. Их расположение на комплексной

плоскости показано на рис. 4.15. Как следует из рисунка, корни вещественные отрицательные (расположены в левой полуплоскости), следовательно, согласно необходимому и достаточному условию устойчивости разомкнутая система устойчива.

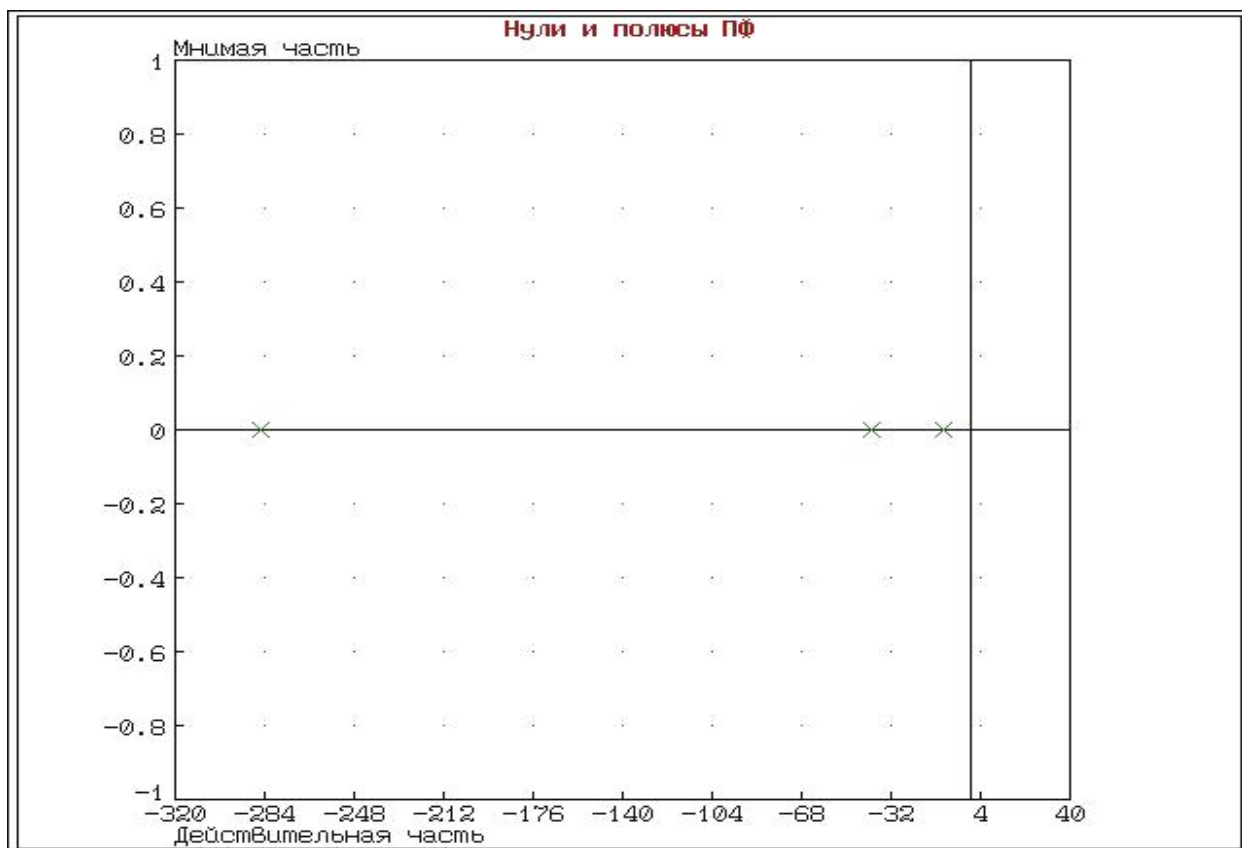


Рис. 4.15

Кроме того, в результате расчетов получены АФХ, а также ЛАХ и ЛФХ *разомкнутой* системы. По виду этих характеристик можно, как показано в п. 4.5, 4.6, судить об устойчивости или неустойчивости *замкнутой* системы.

Как следует из вида АФХ (рис. 4.16), характеристика охватывает точку с координатами $(-1, j)$, следовательно, в соответствии с критерием Найквиста замкнутая система будет неустойчива.

На рис 4.18 показаны ЛАХ и ЛФХ разомкнутой системы, а также асимптотическая ЛАХ, изображенная отрезками прямых. При фазовом сдвиге -180° ЛАХ расположена выше оси частот, следовательно, замкнутая система будет неустойчива, т.е. получаем тот же вывод, что и при анализе АФХ.

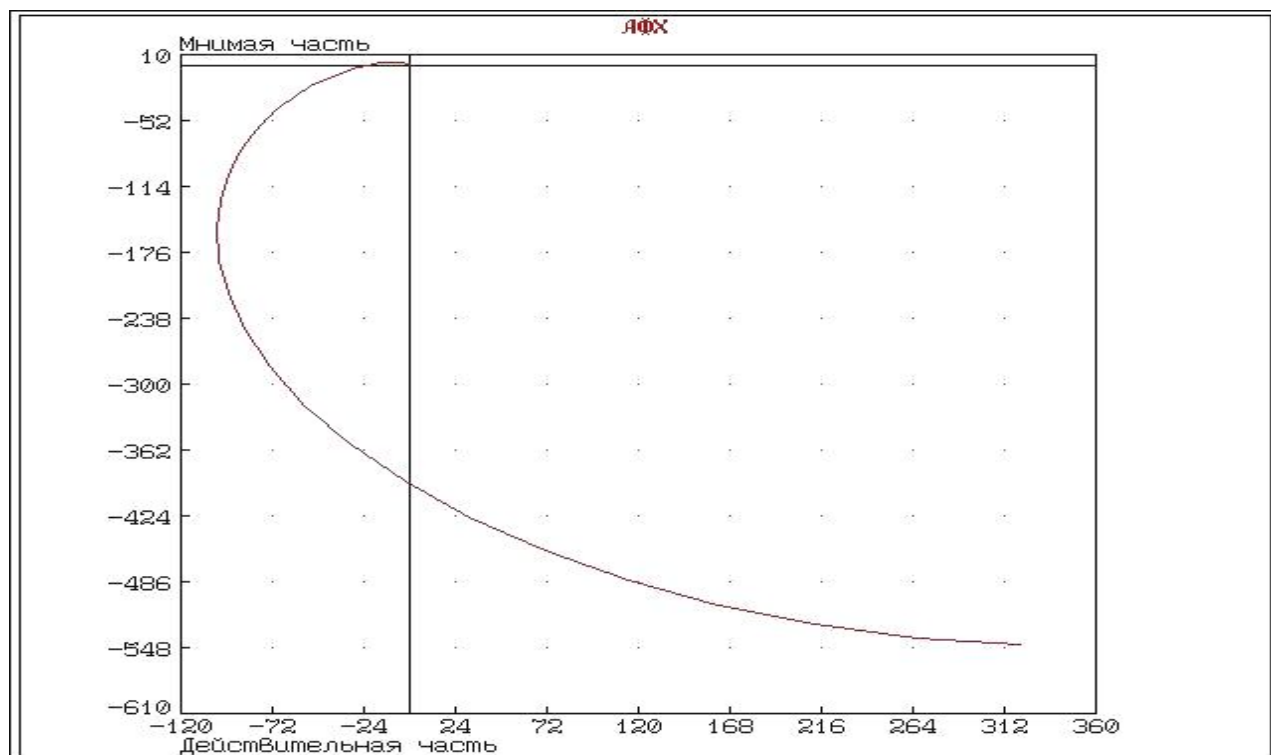


Рис. 4.16

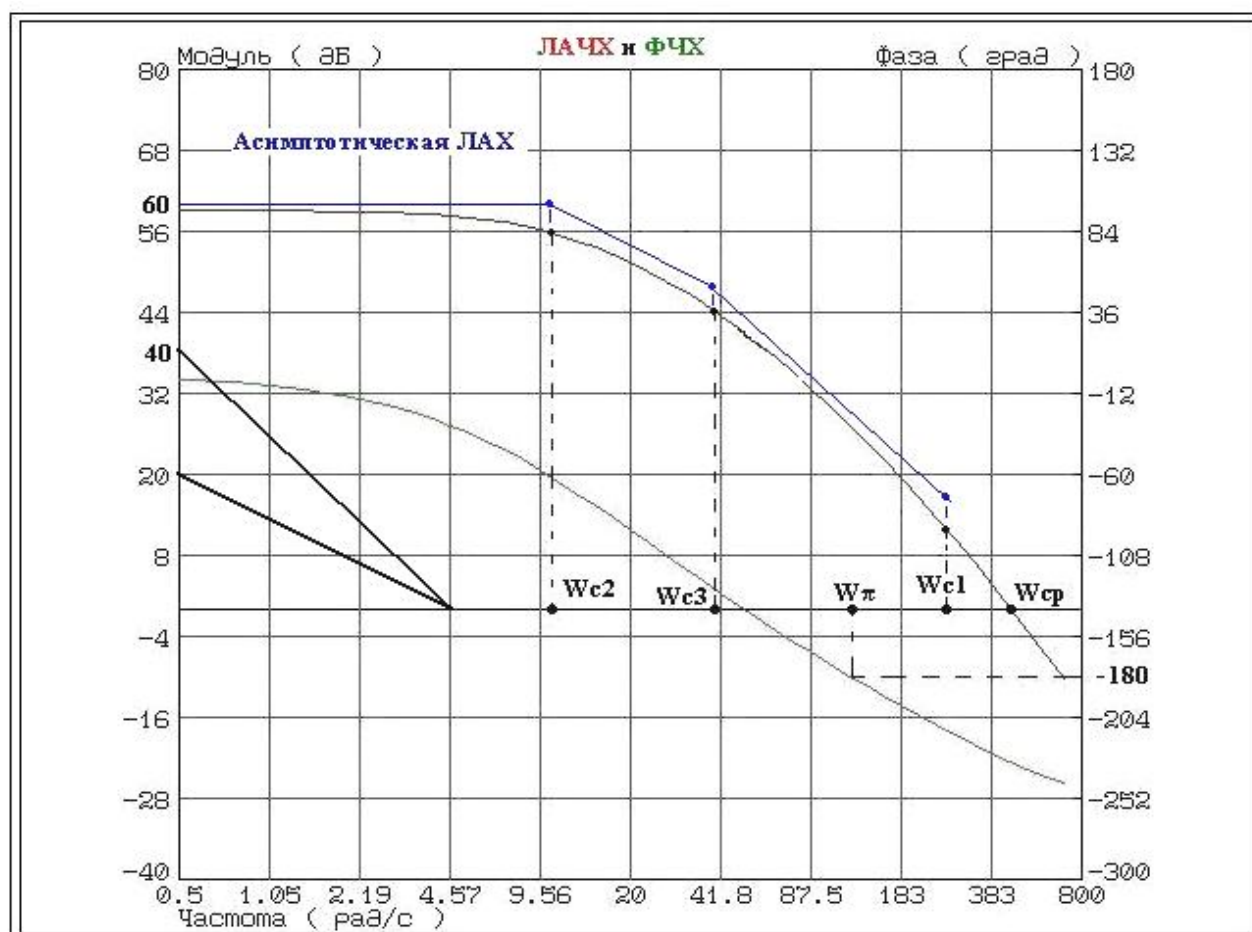


Рис. 4.17

В принципе проведенный анализ уже достаточен для решения задачи оценки устойчивости разомкнутой и замкнутой систем, однако воспользуемся простотой решения задачи на ЭВМ и дополнительно проанализируем характеристики *замкнутой системы*.

Модель замкнутой системы приведена на рис. 4.18. По сравнению с моделью разомкнутой системы она дополнена цепью обратной связи с коэффициентом передачи тахогенератора.



Рис. 4.18

Расчетный график переходного процесса в замкнутой системе показан на рис. 4.19.

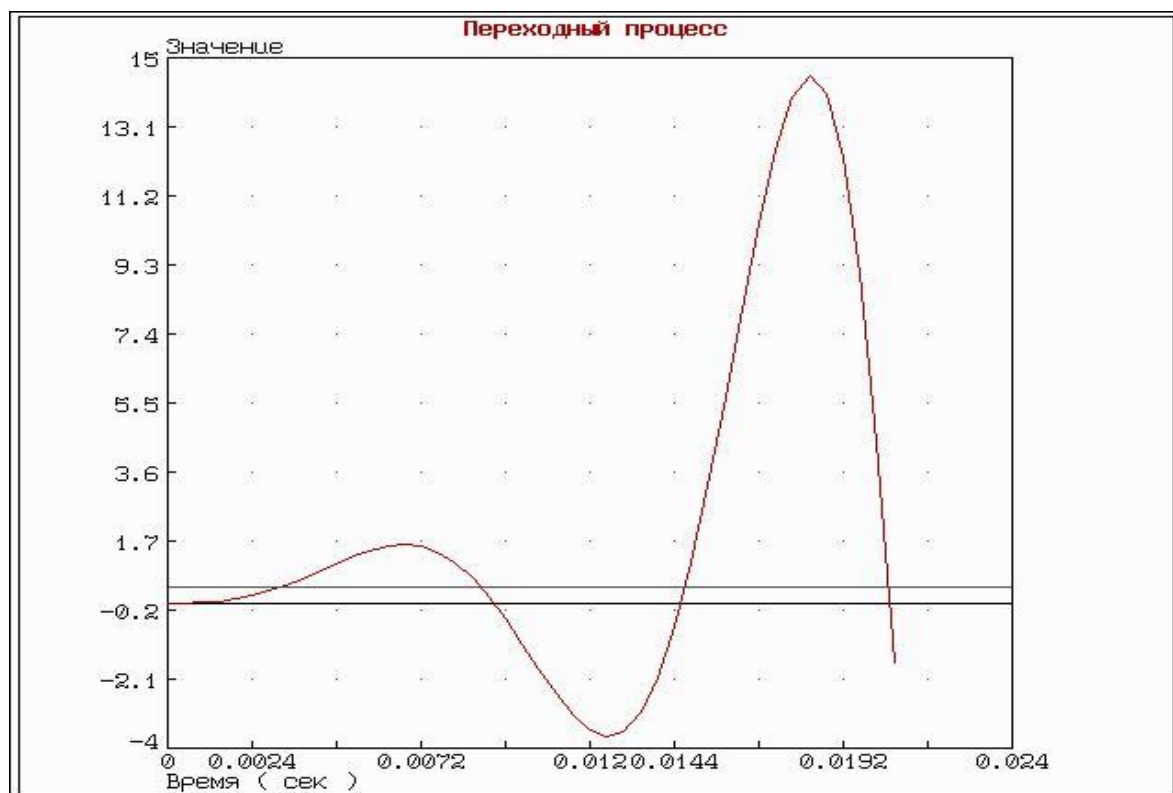


Рис. 4.19

Переходный процесс в системе, как и следовало ожидать, расходящийся, т. е. замкнутая система неустойчива. Это лишь подтверждает ранее сделанные выводы о неустойчивости замкнутой системы.

Кроме того, проанализируем расположение корней характеристического уравнения замкнутой системы. Соответствующий график показан на рис. 4.20.

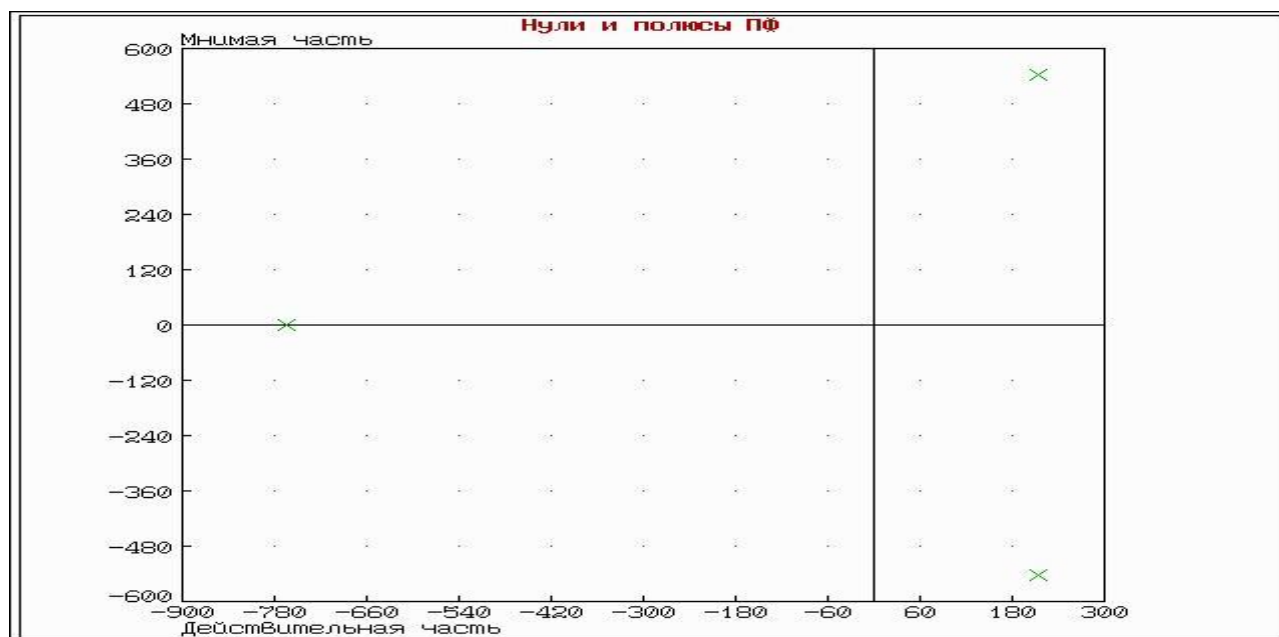


Рис. 4.20

Из него следует, что характеристическое уравнение имеет два комплексных сопряженных корня с положительной вещественной частью. Они расположены в левой полуплоскости. Это еще раз свидетельствует о неустойчивости замкнутой системы.

Все вышесказанное позволяет сделать следующие **выводы**.

В результате моделирования системы в разомкнутом состоянии установлено, что разомкнутая система устойчива. Об этом свидетельствуют вид переходного процесса и знаки корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

Кроме того, по виду АФХ, а также ЛАХ и ЛФХ **разомкнутой** системы сделан вывод о неустойчивости **замкнутой** системы. Этот вывод подтвержден исследованием графика переходного процесса в замкнутой системе. Расположение корней характеристического уравнения замкнутой системы дополнительно свидетельствует о ее неустойчивости.

Вопросы для самопроверки

1. Что понимается под устойчивостью? Для каких систем (замкнутых или разомкнутых) наиболее актуальна проблема обеспечения устойчивости?
2. Дайте формулировки различных критериев устойчивости. Какие данные являются исходными для анализа устойчивости по различным критериям? Для анализа каких систем (замкнутых или разомкнутых) применимы различные критерии?
3. Что понимается под переходными характеристиками системы? Какими показателями оценивают качество переходных процессов в системе?
4. Поясните методику расчета переходных характеристик замкнутых систем различными методами.

5. ИНЖЕНЕРНЫЕ МЕТОДЫ КОРРЕКЦИИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Физическая основа коррекции состоит в преднамеренном изменении динамических свойств системы с целью получения необходимого запаса устойчивости и приемлемого характера протекания переходного процесса.

Корректирующие устройства (КУ) могут вводиться в систему различными способами – последовательно или параллельно, а также отдельными участками с отрицательной или положительной связью. Использование того или иного типа корректирующего звена определяется удобством технического осуществления.

Звенья последовательного типа удобно применять в тех САУ, у которых сигналы задания и обратной связи являются электрическими сигналами в виде напряжения постоянного тока. Тогда корректирующее звено может быть осуществлено при помощи RC -элементов или на операционных усилителях.

Структурная схема САУ с последовательным корректирующим устройством показана на рис. 5.1.

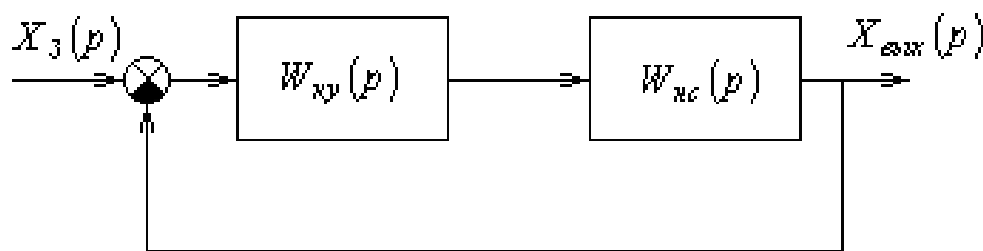


Рис. 5.1

Здесь $W_{\text{кy}}(p)$, $W_{\text{нc}}(p)$ – передаточные функции корректирующего устройства и нескорректированной системы.

После включения корректирующего звена систему называют скорректированной системой. Передаточная функция разомкнутой системы

$$W_{\text{ск}}(p) = W_{\text{кy}}(p) \cdot W_{\text{нc}}(p).$$

Отсюда передаточная функция корректирующего устройства

$$W_{\text{кy}}(p) = \frac{W_{\text{ск}}(p)}{W_{\text{нc}}(p)}. \quad (5.1)$$

Логарифмические характеристики разомкнутой системы

$$L_{\text{ск}}(\omega) = L_{\text{кy}}(\omega) + L_{\text{нc}}(\omega); \quad (5.2)$$

$$\varphi_{\text{ск}}(\omega) = \varphi_{\text{кy}}(\omega) + \varphi_{\text{нc}}(\omega). \quad (5.3)$$

Логарифмические частотные характеристики корректирующего устройства

$$L_{\text{кy}}(\omega) = L_{\text{ск}}(\omega) - L_{\text{нc}}(\omega); \quad (5.4)$$

$$\varphi_{\text{кy}}(\omega) = \varphi_{\text{ск}}(\omega) - \varphi_{\text{нc}}(\omega). \quad (5.5)$$

Это основные соотношения, которые используются при синтезе систем автоматического управления.

В электромеханике широкое распространение получили два метода коррекции систем управления – метод желаемых частотных характеристик и метод стандартных динамических характеристик. Первый подход используется в задачах синтеза одноконтурных систем в основном высокого (выше третьего) порядка, а второй – при проектировании многоконтурных систем управления.

5.1. Метод желаемых частотных характеристик

Для нескорректированной системы с передаточной функцией в разомкнутом состоянии $W_{\text{hc}}(p)$ выбрать КУ, включение которого обеспечивает допустимые показатели качества переходного процесса: $t_{\text{пу}} \leq t_{\text{д}}$ и $\sigma \leq \sigma_{\text{д}}$.

Синтез производится в следующей последовательности. По виду передаточной функции строим частотную характеристику $L_{\text{hc}}(\omega)$. Вычисляем частоту среза скорректированной системы

$$\omega_{\text{ср}} \geq \frac{k_0 \pi}{t_{\text{д}}} . \quad (5.6)$$

Величина коэффициента k_0 для соответствующего значения $\sigma_{\text{д}}$ дана в табл. 5.1.

Таблица 5.1

$\sigma_{\text{доп}}, \%$	20	25	30
k_0	2,5	3,2	4

Откладываем на оси частот $\lg \omega_{\text{ср}}$ и через эту точку проводим $L_{\text{ск}}(\omega)$ под наклоном -20 дБ/дек. Протяженность этого участка влево и вправо от частоты $\lg \omega_{\text{ср}}$ должна быть не менее одной декады, если перерегулирование $\sigma_{\text{доп}} \leq 20\%$, и, по возможности, этот участок должен быть симметричен относительно $\lg \omega_{\text{ср}}$.

Вид среднечастотного участка логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАХ) ($-16 \text{ дБ} < L_{\text{ск}}(\omega) < 26 \text{ дБ}$) определяет, в основном, качество переходного процесса.

Низкочастотная часть этой характеристики ($L_{\text{ск}}(\omega) > 26 \text{ дБ}$) определяет статическую точность замкнутой системы. Низкочастотная и высокочастотная части характеристики ($L_{\text{ск}}(\omega) < -16 \text{ дБ}$) незначительно влияют на вид переходного процесса, поэтому низкочастотная часть $L_{\text{ск}}(\omega)$ выбирается из условия обеспечения статической точности, а высокочастотная часть $L_{\text{ск}}(\omega)$ выбирается аналогичной $L_{\text{hc}}(\omega)$, чтобы не усложнять КУ.

Затем по виду $L_{\text{ск}}(\omega)$ строят логарифмическую фазовую частотную характеристику $\varphi_{\text{ск}}(\omega)$, а характеристику $L_{\text{ск}}(\omega)$ перемещают вверх или вниз параллельно самой себе на расстояние, при котором запас по фазе будет равен допустимому значению

$$\Delta\varphi_{\text{д}} = \arcsin(1 - \sigma_{\text{д}}). \quad (5.7)$$

Характеристику $L_{\text{ку}}(\omega)$ находят вычитанием $L_{\text{нс}}(\omega)$ из $L_{\text{ск}}(\omega)$ согласно (5.4). Чем меньше изломов у $L_{\text{ку}}(\omega)$, тем проще схема КУ, поэтому следует стремиться к тому, чтобы частоты сопряжения $L_{\text{ск}}(\omega)$ по возможности совпадали с частотами сопряжения $L_{\text{нс}}(\omega)$.

Пример 5.1. Дана передаточная функция нескорректированной системы

$$W_{\text{нс}}(p) = \frac{k_{\text{нс}}}{(T_1^2 p^2 + 2\varepsilon T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)},$$

где $k_{\text{нс}} = 2$; $T_1 = 0,04$ с; $T_2 = 0,08$ с; $T_3 = 0,01$ с; $\varepsilon = 0,7$.

Определить схему и параметры последовательного КУ. При этом должны быть обеспечены следующие показатели качества переходного процесса: $t_{\text{д}} \leq 1$ с; $\sigma_{\text{д}} \leq 25\%$.

Вычисляем $20 \lg k_{\text{нс}} = 20 \lg 2 = 6$ дБ; $\lg \frac{1}{T_1} = \lg \frac{1}{0,04} = 1,4$ дек;

$\lg \frac{1}{T_2} = \lg \frac{1}{0,08} = 1,1$ дек; $\lg \frac{1}{T_3} = \lg \frac{1}{0,01} = 2$ дек и по этим значениям строим

$L_{\text{нс}}(\omega)$ (рис. 5.2).

Вычисляем значение логарифма частоты среза (5.6):

$$\lg \omega_{\text{ср}} = \lg \frac{3,2 \cdot 3,14}{1} = 1 \text{ дек}.$$

Откладываем эту величину на оси частот и с учетом приведенных выше рекомендаций строим $L_{\text{ск}}(\omega)$, $\varphi_{\text{ск}}(\omega)$. Находим запас устойчивости по фазе $\Delta\varphi = 60^\circ$. Его величина должна быть не менее допустимого значения запаса по фазе

$$\Delta\varphi_{\text{д}} = \arcsin(1 - 0,01 \cdot 25) = 43^\circ.$$

Это условие выполняется, поэтому задача решена верно.

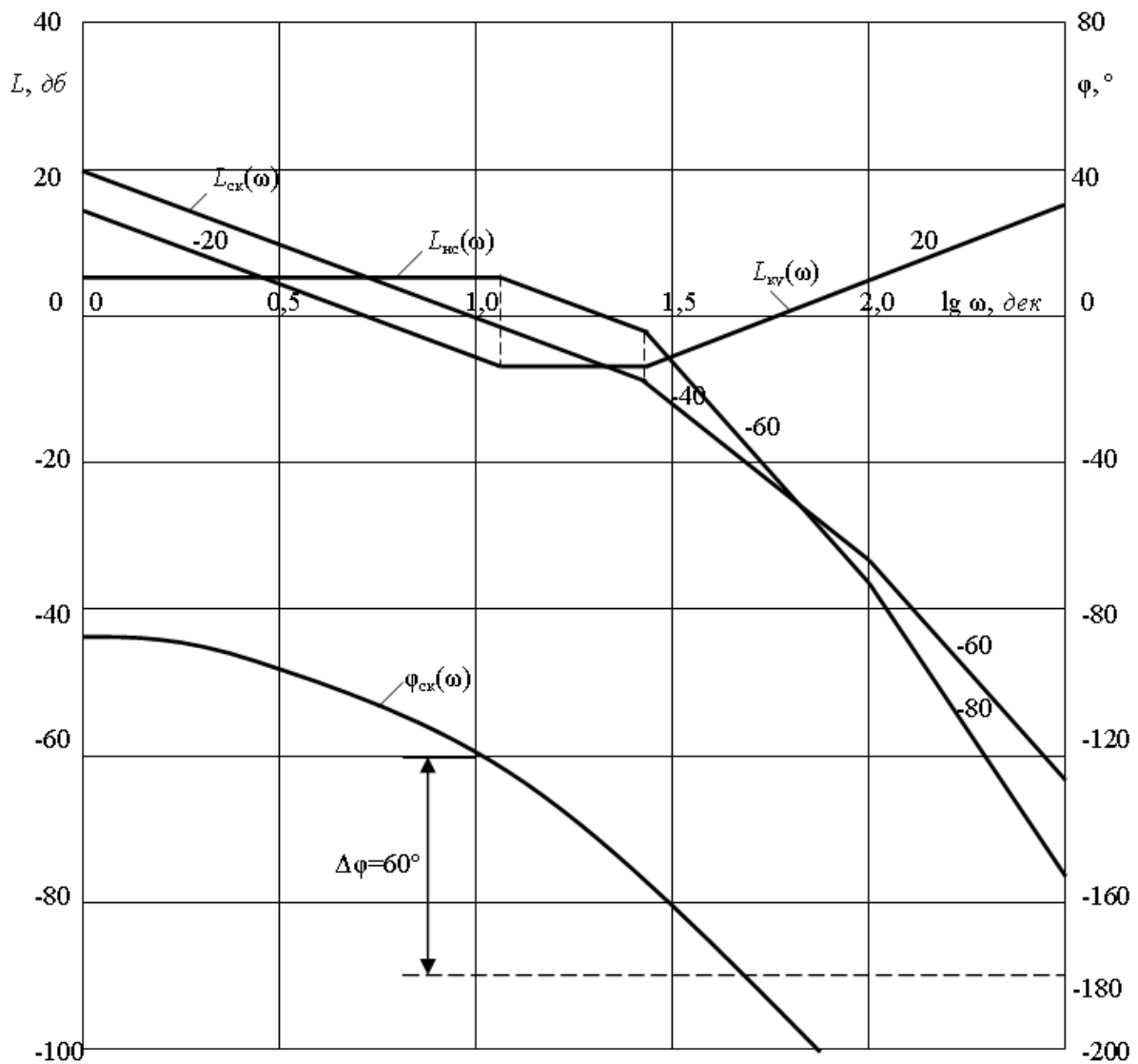


Рис. 5.2

Из графиков следует, что $L_{кв}(\omega)$ совпадает с ЛАХ ПИД-регулятора:

$$W_{кв}(p) = \frac{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}{T_i p}.$$

Левая асимптота $L_{кв}(\omega)$ пересекает ось частот в точке $\lg \frac{1}{T_i} = 0,75$ дек, поэтому постоянная интегрирования

$$T_i = 10^{0,75} = 1,8 \text{ с}.$$

По виду $W_{кв}(p)$ из табл. 5.1 находим схему регулятора и расчетные соотношения:

$$R1C1 = T_1; R2C2 = T_2; R1C2 = T_i.$$

Задавшись, например, емкостью конденсатора $C2 = 10^{-5}$ Ф, определяем остальные элементы:

$$R1 = \frac{T_{и}}{C2} = \frac{0,18}{10^{-5}} = 18 \text{ кОм};$$

$$R2 = \frac{T_2}{C2} = \frac{0,08}{10^{-5}} = 8 \text{ кОм};$$

$$C1 = \frac{T_1}{R1} = \frac{0,04}{18 \cdot 10^3} = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$$

Пример 5.2. Для нескорректированной системы, состоящей из печи сопротивления, тиристорного преобразователя и датчика температуры, с передаточной функцией в разомкнутом состоянии

$$W_{\text{нс}}(p) = \frac{k_{\text{нс}}(1 + T_2 p)}{(1 + T_1 p)(T_3 p + 1)(1 + T_4 p)(1 + T_5 p)},$$

где $k_{\text{нс}} = 2,2$; $T_1 = 1070$ с; $T_2 = 794$ с; $T_3 = 550$ с; $T_4 = 20$ с; $T_5 = 10$ с, найти постоянные времени ПИД – регулятора

$$W_{\text{рег}}(p) = \frac{(1 + T_6 p)(1 + T_7 p)}{T_{и} p}$$

из условия обеспечения в замкнутой системе запаса устойчивости по фазе $\Delta\varphi_{\text{д}} = 45^\circ$. Постоянные времени регулятора могут быть установлены в следующих пределах:

$$T_{и} = 0,01 \div 10 \text{ с}; T_6 = 0 \div 100 \text{ с}; T_7 = 0 \div 100 \text{ с}.$$

По виду передаточной функции $W_{\text{нс}}(p)$ строим $L_{\text{нс}}(\omega)$ (рис. 5.3).

Если выбрать первую постоянную времени регулятора $T_6 = T_4 = 20$ с, а вторую – максимально возможной $T_7 = 100$ с, то асимптоты $L_{\text{рег}}(\omega)$ будут иметь следующие наклоны: -20 дБ/дек при $\omega < 1/T_7$, 0 при $1/T_7 < \omega < 1/T_5$, 20 дБ/дек при $\omega > 1/T_7$. При сложении характеристик $L_{\text{рег}}(\omega)$ и $L_{\text{нс}}(\omega)$ получили бы $L_{\text{ск}}(\omega)$ с наклонами: -20 дБ/дек при $\omega < 1/T_1$, -40 дБ/дек при $1/T_2 < \omega < 1/T_1$, -20 дБ/дек при $1/T_3 < \omega < 1/T_2$, -40 дБ/дек при $1/T_7 < \omega < 1/T_3$, -20 дБ/дек при $1/T_5 < \omega < 1/T_7$ и -40 дБ/дек при $\omega > 1/T_5$.

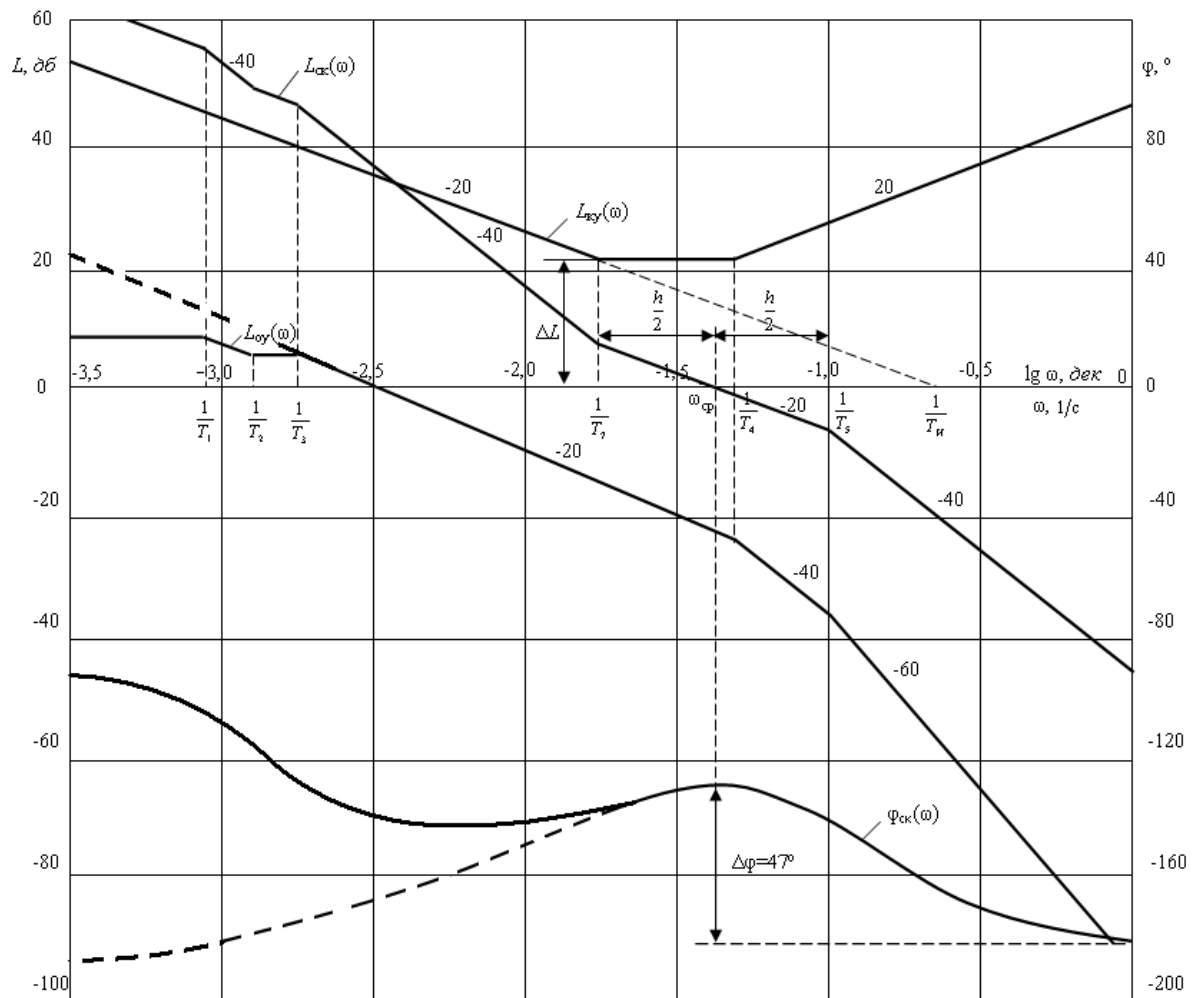


Рис. 5.3

Постоянную времени $T_{и}$ регулятора можно выбрать такой величины, чтобы ЛАХ скорректированной системы $L_{ск}(\omega)$ пересекла ось частот под наклоном -20 дБ/дек и была расположена симметрично относительно соседних частот сопряжения $1/T_5$ и $1/T_7$. Протяженность этого участка

$$h = \lg \frac{T_5}{T_7} \quad (5.7 a)$$

выберем из условия обеспечения в системе запаса устойчивости по фазе $\Delta\varphi_{д} = 45^\circ$.

Известна формула [4], связывающая длину отрезка h с показателем колебательности M :

$$h = \lg \frac{M - 1}{M + 1}.$$

Если в нее подставить соотношение [10]

$$M = \frac{1}{\sin \Delta \varphi_d},$$

то получим зависимость длины отрезка h от допустимой величины запаса устойчивости по фазе $\Delta \varphi_d$:

$$h = \lg \frac{1 - \sin \Delta \varphi_d}{1 + \sin \Delta \varphi_d}. \quad (5.7 \text{ б})$$

В нашем случае длина этого отрезка составит

$$h = \lg \frac{1 - \sin 45^\circ}{1 + \sin 45^\circ} = -0,76 \text{ дек}.$$

Частота среза должна быть расположена на расстоянии $0,5h$ от соседних частот сопряжения, поэтому

$$\lg \omega_{\text{ср}} = \lg \frac{1}{T_5} + 0,5h = -1 + 0,5(-0,76) = -1,38 \text{ дек};$$

$$\lg \frac{1}{T_7} = \lg \omega_{\text{ср}} + 0,5h = -1,38 \text{ дек} + 0,5(-0,76) = -1,76 \text{ дек}.$$

Определяем постоянную времени:

$$T_7 = 10^{1,76} = 57,5 \text{ с}.$$

По частотам сопряжения $\lg \frac{1}{T_6} = -1 \text{ дек}$, $\lg \frac{1}{T_7} = -1,76 \text{ дек}$ строим

$L_{\text{рег}}(\omega)$ (см. рис. 5.3) и поднимаем ее над осью частот на расстояние

$$\Delta L = L_{\text{ск}}(\omega_{\text{ср}}) - L_{\text{нс}}(\omega_{\text{ср}}) = 0 - (-22) = 22 \text{ дБ}.$$

Проведем левую асимптоту $L_{\text{рег}}(\omega)$ до пересечения с осью частот.

В точке пересечения

$$\lg \frac{1}{T_{\text{и}}} = 0,65 \text{ дек}.$$

Постоянная интегрирования регулятора

$$T_{\text{и}} = 10^{0,65} = 4,5 \text{ с}.$$

Затем по соотношению

$$L_{\text{ск}}(\omega) = L_{\text{нс}}(\omega) + L_{\text{рег}}(\omega)$$

строим ЛАХ скорректированной системы. По ее виду строим ЛФХ $\varphi_{\text{нс}}(\omega)$. Определяем запас устойчивости по фазе $\Delta \varphi = 47^\circ$. Его величина отличается от $\Delta \varphi_d = 45^\circ$ всего на 2° .

5.2. Метод стандартных динамических характеристик

Этот метод нашел широкое распространение в электромеханических САУ. Согласно сложившейся терминологии, будем называть корректирующее устройство регулятором, а нескорректированную систему – объектом управления.

Регуляторы в замкнутых системах выбирают по двум условиям. При настройке системы по первому условию передаточную функцию регулятора выбирают так, чтобы после его включения передаточная функция замкнутой системы $W_3(p)$ совпала с передаточной функцией колебательного звена (3.24), т. е.

$$W_3(p) = \frac{1}{T^2 p^2 + 2\varepsilon Tp + 1}.$$

Передаточную функцию разомкнутой системы получим из формулы замыкания (4.8):

$$W_{\text{раз.1}}(p) = \frac{W_3(p)}{1 - W_3(p)} = \frac{\frac{1}{T^2 p^2 + 2\varepsilon Tp + 1}}{1 - \frac{1}{T^2 p^2 + 2\varepsilon Tp + 1}} = \frac{1}{aT_\mu p(1 + T_\mu p)}, \quad (5.8)$$

где $T_\mu = \frac{T}{2\varepsilon}$, $a = 4\varepsilon^2$.

При настройке по второму условию:

$$W_{\text{раз.2}}(p) = \frac{1 + 4T_\mu p}{bT_\mu^2 p^2 (1 + T_\mu p)}, \quad (5.9)$$

где a и b – положительные действительные числа; T_μ – «малая» постоянная времени (в электромеханических системах в качестве T_μ обычно принимают постоянную времени силового преобразователя).

В основном нашли применение системы с передаточными функциями (5.8), (5.9), у которых коэффициенты $a=2$ и $b=8$. Систему с передаточной функцией (5.8) и $a=2$ называют системой, настроенной по условию модульного оптимума (МО), а с передаточной функцией (5.9) и $b=8$ – системой, настроенной по условию симметричного оптимума (СО).

Такой способ настройки получил название настройки на оптимум по модулю, так как при оптимизации ($a=2, b=8$) модуль частотной характеристики замкнутой системы будет ближе подходить к единице [11] в более широкой полосе частот по сравнению с другими настройками ($a \neq 2, b \neq 8$).

Асимптотические ЛАХ и ЛФХ разомкнутой системы, построенные по соотношениям (5.8) L_{p1} и φ_{p1} , (5.9) L_{p2} и φ_{p2} при $a=2$ и $b=8$, приведены на рис. 5.4.

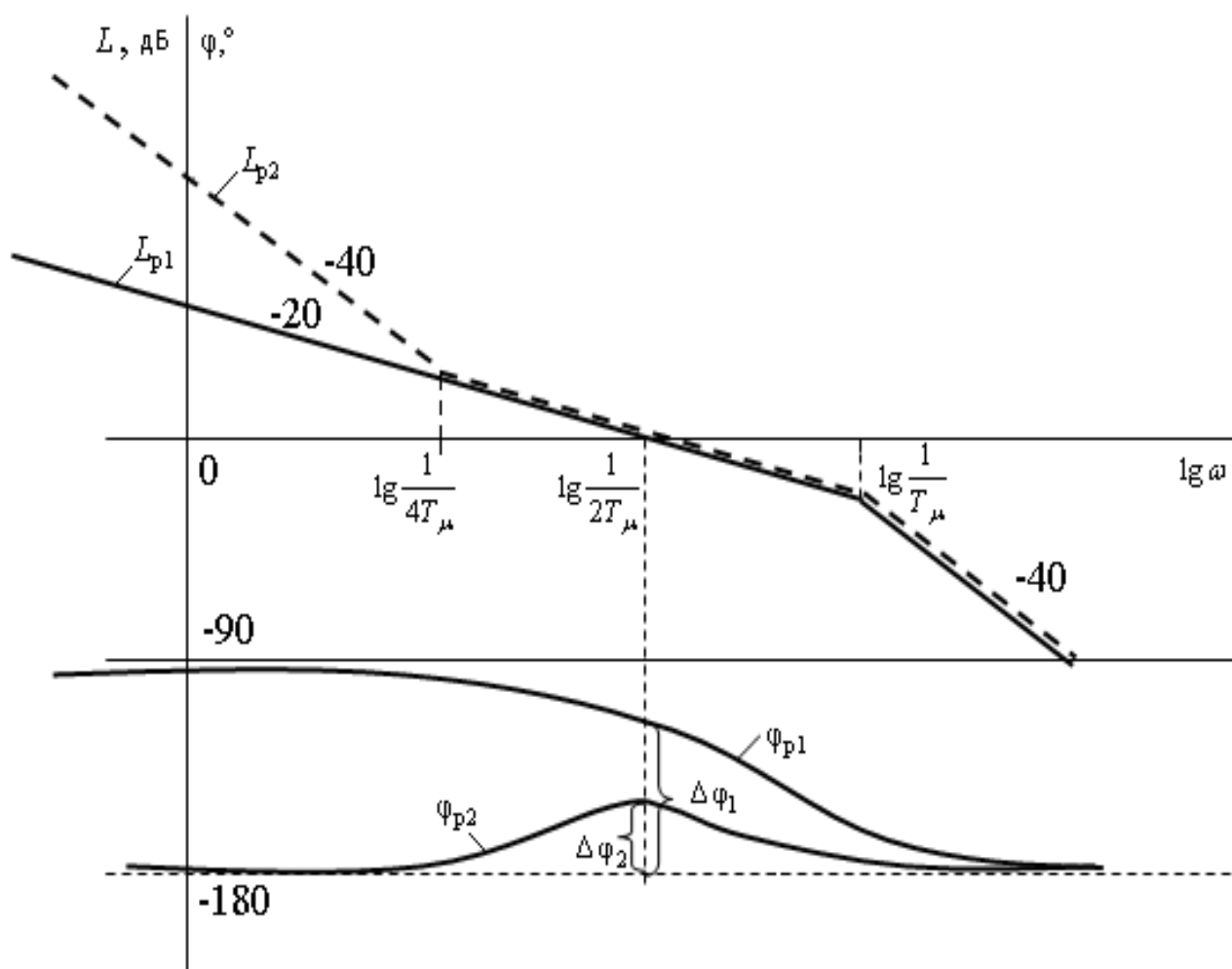


Рис. 5.4

Логарифмические амплитудные характеристики двух систем совпадают начиная с частоты $\omega_c = \frac{1}{T_\mu}$ и имеют одинаковую частоту среза

$$\omega_{ср} = 1/2T_\mu .$$

Запас устойчивости по фазе у системы, настроенной по условиям МО,

$$\Delta\varphi_1 = \pi + \left(-\frac{\pi}{2} - \arctg \omega_{cp} T_{\mu}\right) = \frac{\pi}{2} - \arctg 0,5 = 63,5^{\circ}$$

намного превышает запас по фазе системы, настроенной по условиям СО,

$$\Delta\varphi_2 = \pi + (-\pi - \arctg \omega_{cp} T_{\mu} + \arctg 4\omega_{cp} T_{\mu}) = \arctg 0,5 + \arctg 2 = 36,9^{\circ}.$$

Поэтому следует ожидать (5.7) большего перерегулирования у систем второго класса.

Передаточные функции замкнутых систем, синтезированных по условиям МО и СО, имеют вид

$$W_3^{(MO)}(p) = \frac{1}{2T_{\mu}^2 p^2 + 2T_{\mu} p + 1}; \quad (5.10)$$

$$W_3^{(CO)}(p) = \frac{1 + 4T_{\mu} p}{(2T_{\mu} p + 1)(4T_{\mu}^2 p^2 + 2T_{\mu} p + 1)}. \quad (5.11)$$

Оригиналы изображений

$$X_{\text{вых}}^{(MO)} = \frac{1}{p} W_3^{(MO)}(p);$$

$$X_{\text{вых}}^{(CO)} = \frac{1}{p} W_3^{(CO)}(p)$$

являются переходными функциями

$$X_{\text{вых}}^{(MO)} = 1 - e^{-\frac{t}{2T_{\mu}}} \left(\cos \frac{t}{2T_{\mu}} + \sin \frac{t}{2T_{\mu}} \right); \quad (5.12)$$

$$X_{\text{вых}}^{(CO)} = 1 + e^{-\frac{t}{2T_{\mu}}} - 2 \cdot e^{-\frac{t}{4T_{\mu}}} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{t}{T_{\mu}} \right). \quad (5.13)$$

Графики этих функций (рис. 5.5) являются кривыми переходных процессов соответствующих систем.

Переходный процесс в системе, настроенной по условиям МО, имеет перерегулирование $\sigma_1 = 4,3\%$ и время регулирования для 5%-й зоны допустимых отклонений $t_{\text{пу}} = 4,1T_{\mu}$, которое является минимальным из всех возможных полученных при других настройках ($a \neq 2$).

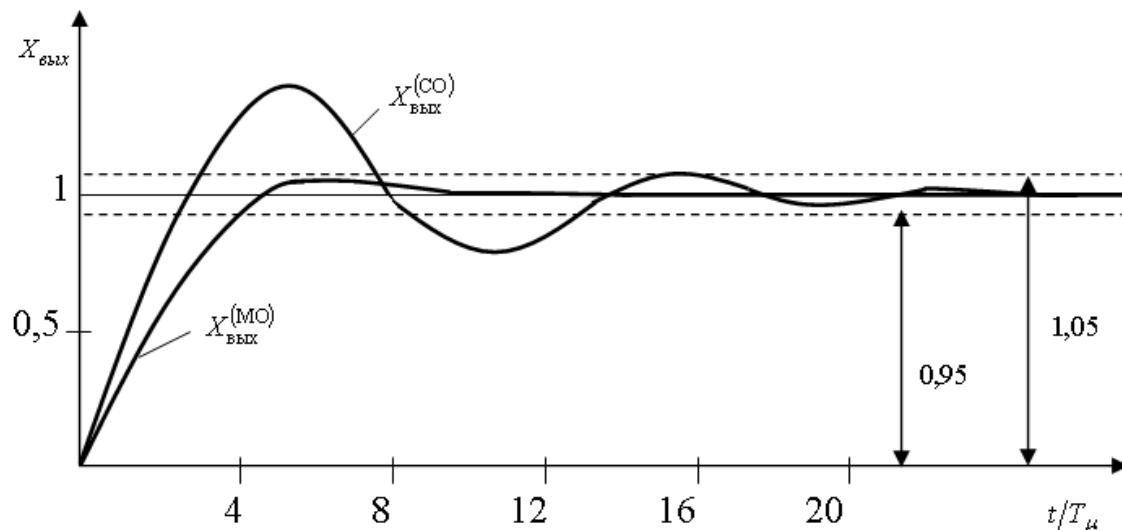


Рис. 5.5

Переходный процесс в системе, настроенной по условиям СО, имеет большее перерегулирование $\sigma_2 = 43,5\%$ и время регулирования $t_2 = 12,5T_\mu$. При необходимости перерегулирование в такой системе можно понизить за счет включения на ее входе сглаживающего фильтра или задатчика интенсивности.

5.2.1. Синтез регулятора замкнутой САУ со статическим объектом управления

Дана передаточная функция объекта управления (нескорректированной системы)

$$W_{\text{oy}}(p) = \frac{k_{\text{oy}}}{(1 + T_\mu p)(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}.$$

Требуется выбрать регулятор исходя из условия настройки системы на МО.

Передаточную функцию регулятора можно найти из соотношения (5.1):

$$W_{\text{рег}}(p) = \frac{W_{\text{раз.1}}(p)}{W_{\text{oy}}(p)} = \frac{\frac{1}{2T_\mu p(1 + T_\mu p)}}{\frac{k_{\text{oy}}}{(1 + T_\mu p)(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}} = \frac{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}{T_{\text{и1}} p},$$

где $T_{\text{и1}} = 2k_{\text{oy}}T_\mu$.

Полученная передаточная функция совпадает с передаточной функцией ПИД-регулятора. Схема регулятора и расчетные соотношения для определения сопротивлений резисторов и емкостей конденсаторов, входящих в состав схемы, можно взять из табл. 4.1.

Параметры регулятора (сопротивления резисторов и емкости конденсаторов) можно найти из соотношений

$$R1 = \frac{T_1}{C1};$$

$$C2 = \frac{T_{н1}}{R1};$$

$$R2 = \frac{T_2}{C2}.$$

5.2.2. Синтез регулятора замкнутой САУ с астатическим объектом управления

Структурная схема системы с астатическим ОУ представлена на рис. 5.6.

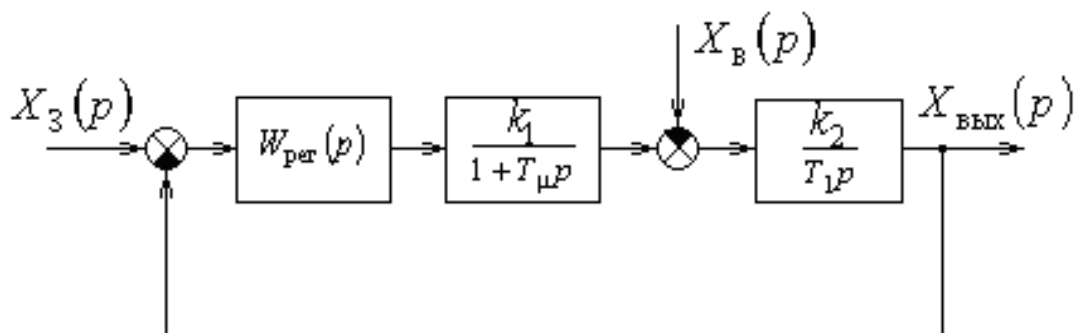


Рис. 5.6

Объект управления называют астатическим, так как в его передаточную функцию входит интегрирующее звено. Коэффициент передачи

$$k_{oy} = k_1 k_2;$$

$$W_{oy}(p) = \frac{k_{oy}}{T_1 p (1 + T_\mu p)}.$$

В зависимости от технологических требований систему настраивают по условиям МО или СО. При настройке системы на МО передаточная функция регулятора

$$W_{\text{рег}}^{(\text{МО})}(p) = \frac{1}{\frac{2T_{\mu}p(1+T_{\mu}p)}{k_{\text{oy}}}} = \frac{T_1}{2k_{\text{oy}}T_{\mu}} = k_{\text{рег}} \quad (5.14)$$

совпадает с передаточной функцией пропорционального звена $k_{\text{рег}}$, а при настройке системы по условиям СО передаточная функция регулятора

$$W_{\text{рег}}^{(\text{СО})}(p) = \frac{\frac{1+4T_{\mu}p}{8T_{\mu}^2p^2(1+T_{\mu}p)}}{\frac{1}{T_1p(1+T_{\mu}p)}} = \frac{1+4T_{\mu}p}{T_{\text{и2}}p}. \quad (5.15)$$

Постоянная интегрирования регулятора $T_{\text{и2}} = \frac{8k_{\text{oy}}T_{\mu}^2}{T_1}$, а передаточная функция совпадает с передаточной функцией ПИ-регулятора.

Переходные процессы по управляющему воздействию в замкнутой системе (см. рис. 5.1) с регуляторами (5.14), (5.15) представлены кривыми $X_{\text{вых}}^{(\text{МО})}$ и $X_{\text{вых}}^{(\text{СО})}$ на рис. 5.5.

Для построения переходных процессов по возмущающему воздействию

$$X_{\text{в}}(p) = \frac{X_{\text{в0}}}{p}$$

составим операторные уравнения для выходной величины

$$X_{\text{вых}}(p) = \frac{X_{\text{в0}}}{p} W_{\text{зв}}(p)$$

и, воспользовавшись формулой замыкания (3.35), найдем передаточную функцию замкнутой системы относительно воздействия $X_{\text{в}}(p)$

Изображения переходных функций в системах, настроенных на МО и СО, описываются следующими соотношениями:

$$X_{\text{вых}}^{(\text{МО})}(p) = -\frac{2k_2 X_{\text{в0}} T_{\mu} (1+T_{\mu})}{T_1 p (2T_{\mu}^2 p^2 + 2T_{\mu} p + 1)};$$

$$X_{\text{ВЫХ}}^{(\text{CO})}(p) = -\frac{8 k_2 X_{\text{В0}} T_{\mu}^2 (1 + T_{\mu})}{T_1 (1 + 2T_{\mu} p) (4T_{\mu}^2 p^2 + 2T_{\mu} p + 1)}.$$

Переходные функции как оригиналы этих соотношений имеют вид

$$X_{\text{ВЫХ}}^{(\text{MO})} = -\frac{2 k_2 X_{\text{В0}} T_{\mu}}{T_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{2T_{\mu}}} \cos \frac{t}{2T_{\mu}} \right); \quad (5.16)$$

$$X_{\text{ВЫХ}}^{(\text{CO})} = -\frac{2 k_2 X_{\text{В0}} T_{\mu}}{T_1} e^{-\frac{t}{2T_{\mu}}} \left(e^{-\frac{t}{4T_{\mu}}} + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3} t}{4 T_{\mu}} - \cos \frac{\sqrt{3} t}{4 T_{\mu}} \right). \quad (5.17)$$

Переходные характеристики, построенные по этим функциям, представлены кривыми $X_{\text{ВЫХ}}^{(\text{MO})}$ и $X_{\text{ВЫХ}}^{(\text{CO})}$ на рис. 5.7.

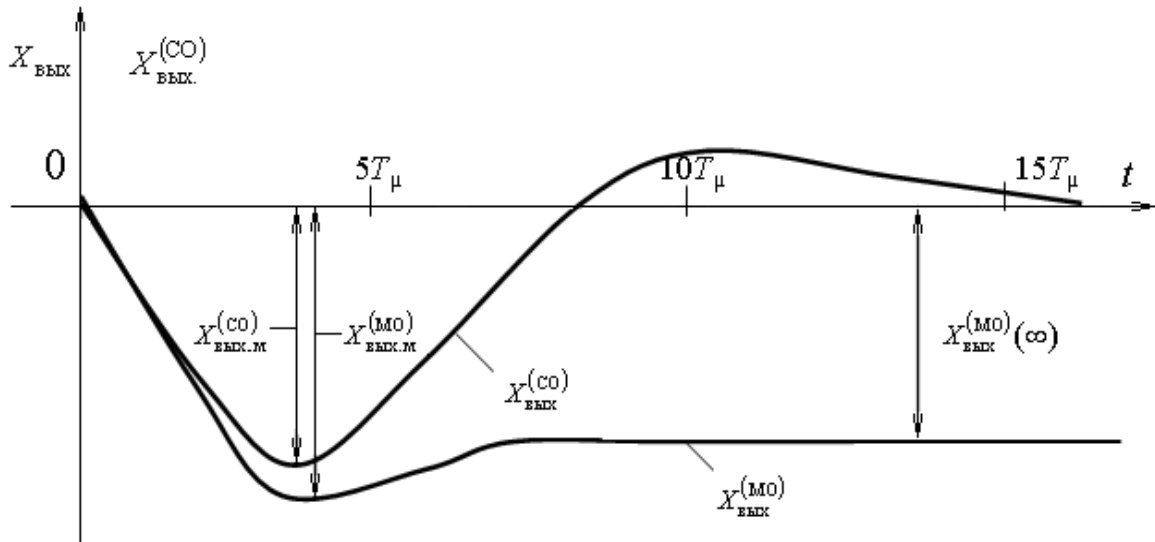


Рис. 5.7

Из анализа переходных характеристик следует, что статическая ошибка системы, настроенной по условиям СО, равна нулю, а в системе, настроенной по условиям МО, статическая ошибка составляет достаточно большую величину:

$$X_{\text{ВЫХ}}^{(\text{MO})}(\infty) = -\frac{2 k_2 X_{\text{В0}} T_{\mu}}{T_1}.$$

При $T_{\mu} > T_1$ она превышает величину статической ошибки разомкнутой системы.

Относительный динамический провал регулируемой величины в системе, настроенной по условиям СО,

$$X_{\text{ВЫХ.М}}^{(\text{СО})} = - \frac{1,9 k_2 X_{\text{В0}} T_{\mu}}{T_1}$$

соизмерим с динамическим провалом $X_{\text{ВЫХ.М}}^{(\text{МО})}$.

Таким образом, переходный процесс по задающему воздействию в системе, настроенной по условиям МО, близок к оптимальному, а переходный процесс по возмущающему воздействию из-за большой величины статической ошибки является неудовлетворительным. У системы, настроенной на СО, переходный процесс по задающему воздействию – неудовлетворительный (большие значения σ и $t_{\text{пу}}$), а по возмущающему воздействию протекает достаточно быстро и с нулевой статической ошибкой.

5.3. Чувствительность систем управления

Обычно структура и параметры объекта управления задаются с некоторой и при этом заранее неизвестной погрешностью. С определенной погрешностью реализуются расчетные параметры регулятора. Эти параметры могут также изменяться и вследствие старения элементов системы.

Как это отразится на работоспособности систем управления? Не потеряет ли она устойчивость? А если не потеряет, то как изменятся показатели качества переходного процесса? Чтобы ответить на эти вопросы, необходимо провести исследование чувствительности системы к изменению ее параметров.

Удобно определять чувствительность системы к вариации какого-то одного обобщенного параметра, охватывающего все параметры. Таким параметром в системе (5.8) является коэффициент a , а в системе (5.9) – коэффициент b . Эти коэффициенты пропорциональны параметрам системы T_1 , T_{μ} , $K_{\text{ОУ}}$, R_1 , R_2 , C_1 , C_2 .

5.3.1. Чувствительность замкнутой системы, настроенной по первому условию

При уменьшении коэффициента a от двух до единицы запас устойчивости по фазе

$$\Delta\varphi(a) = 90^\circ - \operatorname{arctg} \frac{1}{a}$$

хотя и понижается от $\Delta\varphi_1 = 63,5^\circ$ до $\Delta\varphi_2 = 45^\circ$, но остается на допустимом уровне. Перерегулирование возрастает от $\sigma_1 = 4,3\%$ до $\sigma_2 = 27,5\%$, а время переходного процесса увеличивается от $t_{p1} = 4,1 T_\mu$ до $t_{p2} = 5,9 T_\mu$.

Относительный динамический провал кривой переходного процесса по возмущающему воздействию и статическая ошибка

$$\Delta X_{\text{вых}} = - \frac{k_2 T_\mu X_{\text{в0}} a}{T_1}$$

уменьшаются в 2 раза.

Таким образом, системы, настроенные по условиям МО, относятся к робастным (грубым) САУ, так как они сохраняют необходимый запас устойчивости даже при двукратном изменении параметров. Кроме того, показатели качества переходных процессов остаются в допустимых пределах.

5.3.2. Чувствительность замкнутой системы, синтезированной по второму условию

Во многих задачах синтеза электромеханических систем управления с целью упрощения расчетов вместо объекта управления с точной передаточной функцией

$$W_{\text{oy}}'(p) = \frac{k_{\text{oy}}}{T_1 p \left(\frac{T_\mu^2}{2} p^2 + T_\mu p + 1 \right)} \quad (5.18)$$

используют объект управления с приближенной передаточной функцией

$$W_{\text{oy}}(p) = \frac{k_{\text{oy}}}{T_1 p (T_\mu p + 1)}. \quad (5.19)$$

При настройке системы по второму условию произведение передаточных функций регулятора

$$W_{\text{рег}}(p) = \frac{4T_{\mu}p + 1}{bT_{\mu}^2 p^2 (T_{\mu}p + 1)} \quad (5.20)$$

и аппроксимированного ОУ (5.19) должно быть равно передаточной функции (5.9).

В действительности произведение передаточных функций реального ОУ (5.18) и регулятора (5.20) будет отличаться от стандартной передаточной функции (5.20), поэтому и динамические характеристики замкнутой системы будут отличаться от расчетных.

Чувствительность замкнутой системы к аппроксимации объекта управления и вариациям параметров будем оценивать по расчетным графическим зависимостям показателей качества (запаса по фазе $\Delta\varphi$, показателя колебательности M , перерегулирования σ , динамического провала δ , относительного времени переходного процесса по управляющему $t_{\text{пу}}/T_{\mu}$ и возмущающему $t_{\text{пв}}/T_{\mu}$ воздействиям) от обобщенного параметра b . Эти зависимости представлены на рис. 5.8, *a-e* кривыми 1 для интегроапериодического ОУ (5.19) и кривыми 2 – для интегроколебательного ОУ (5.18).

В системе с интегроапериодическим ОУ с увеличением коэффициента b , например, от 4 до 16 запас по фазе увеличивается от 32° до максимального значения ($\Delta\varphi_{\text{м}} = 36,9^{\circ}$ при $b=8$), а затем уменьшается до 35° .

Минимальное значение относительной амплитуды на резонансной частоте (показатель колебательности)

$$M = \frac{A_3(\omega_{\text{рез}})}{A_3(0)}$$

приходится на коэффициент $b = 6,4$. Настройка по этому условию называется настройкой на минимальную колебательность.

Относительное время регулирования $t_{\text{пу}}/T_{\mu}$ с уменьшением параметра b уменьшается от $t_{\text{пу1}}/T_{\mu} = 26,8$ при $b=16$ до $t_{\text{пу2}}/T_{\mu} = 7,8$ при $b = 4$, а перерегулирование остается практически на постоянном уровне $\sigma \approx 45\%$.

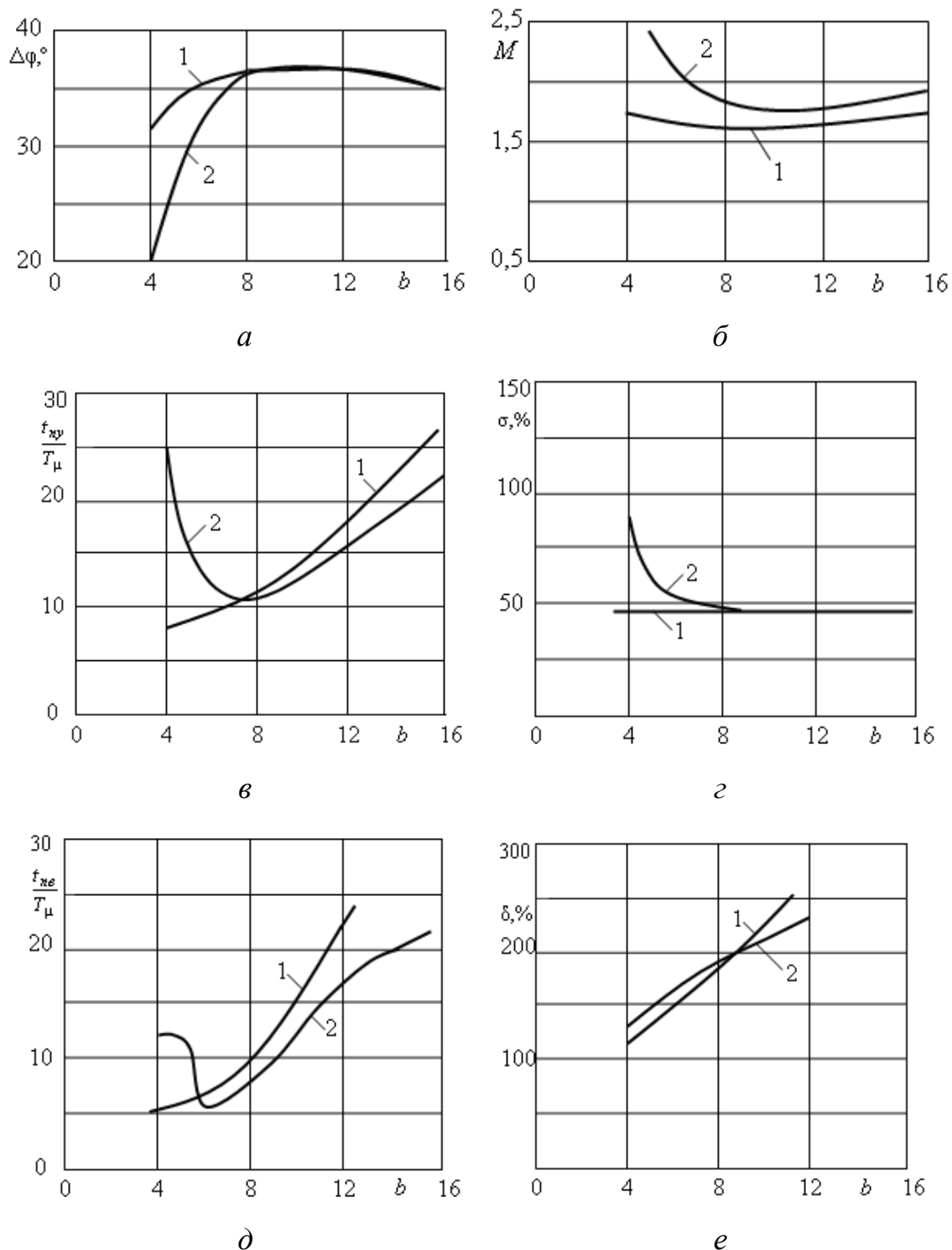


Рис. 5.8

Относительные значения времени $t_{пв}/T_\mu$ и динамического провала $\delta = X_{\text{вых.м}}/\Delta X_{\text{вых.р}}$ ($\Delta X_{\text{вых.р}}$ – абсолютная статическая ошибка разомкнутой системы) принимают минимальные значения при $b=4$, поэтому систему автоматической стабилизации с интегропериодическим ОУ, для которой основным является переходный процесс по

возмущающему воздействию, предпочтительно настраивать на коэффициент $b=4$ или $b=6,4$.

В системе с интегроколебательным ОУ максимальный запас по фазе $\Delta\varphi=36,9^\circ$ соответствует значению $b=8$. При уменьшении b относительно этого значения запас по фазе резко уменьшается, и уже при $b=6$ $\Delta\varphi=30^\circ$. Время регулирования $t_{\text{пу}}/T_\mu$ и $t_{\text{пв}}/T_\mu$ принимает минимальные значения при значениях коэффициента $b=8$, поэтому замкнутые системы с ОУ (5.18) настраивают по условиям СО ($b=8$). Чувствительность такой системы к изменению параметров слабая, так как при уменьшении b от 8 до 6 запас по фазе уменьшается на 6° ; относительный динамический провал δ – на 0,15; время переходного процесса $t_{\text{пу}}/T_\mu$ и $t_{\text{пв}}/T_\mu$ – практически не меняются; показатель колебательности M увеличивается на 0,3; перерегулирование σ увеличивается на 9° . Системы, настроенные по условиям СО, можно отнести к робастным системам.

Пример 5.3. Выбрать структуру и параметры регулятора скорости электропривода ЭПУ-1 по второму условию и оценить чувствительность системы к изменению ее параметров и пульсациям напряжения тахогенератора.

Функциональная схема электропривода приведена на рис. 5.9. Она состоит из силового трансформатора СТ, датчика тока ДТ, преобразователя ПТ переменного тока в постоянное напряжение, тиристорного преобразователя ТП, электродвигателя Д, сглаживающего дросселя СД, тахогенератора ТГ, делителя напряжения $R5$, нелинейного звена НЗ, регулятора скорости РС и задатчика $R1$.

Тиристорный преобразователь состоит из блока СИФУ и силовой схемы выпрямления ССВ. Регулятор скорости состоит из операционного усилителя, трех резисторов $R2$ - $R4$ и конденсатора $C1$. Нелинейное звено НЗ предназначено для линеаризации характеристики тиристорного преобразователя.

Структурная схема электропривода представлена на рис. 5.10. На схеме имеются следующие обозначения: $W_{\text{pc}}(p)$ – передаточная функ-

ция регулятора скорости; $W_3(p)$ – передаточная функция, включающая внутреннюю отрицательную обратную связь и компенсирующую положительную связь по ЭДС двигателя; $k_{нз}$ – коэффициент передачи нелинейного звена; $k_{от}$ – коэффициент передачи датчика тока; Φ – магнитный поток двигателя; $k_{ос}$ – коэффициент передачи цепи обратной связи, включающий коэффициенты передачи тахогенератора и делителя $R5$; J – момент инерции электропривода; $\Delta U_3(p)$ – изображение приращения напряжения задатчика; $\Delta U_{pc}(p)$, $\Delta U_{oc}(p)$ – приращения напряжений регулятора и датчика скорости; $\Delta I_{я}(p)$, $\Delta M(p)$ – приращения тока и момента электродвигателя; $\Delta M_c(p)$ – приращение момента сопротивления; $\Delta \omega(p)$ – приращение скорости двигателя.

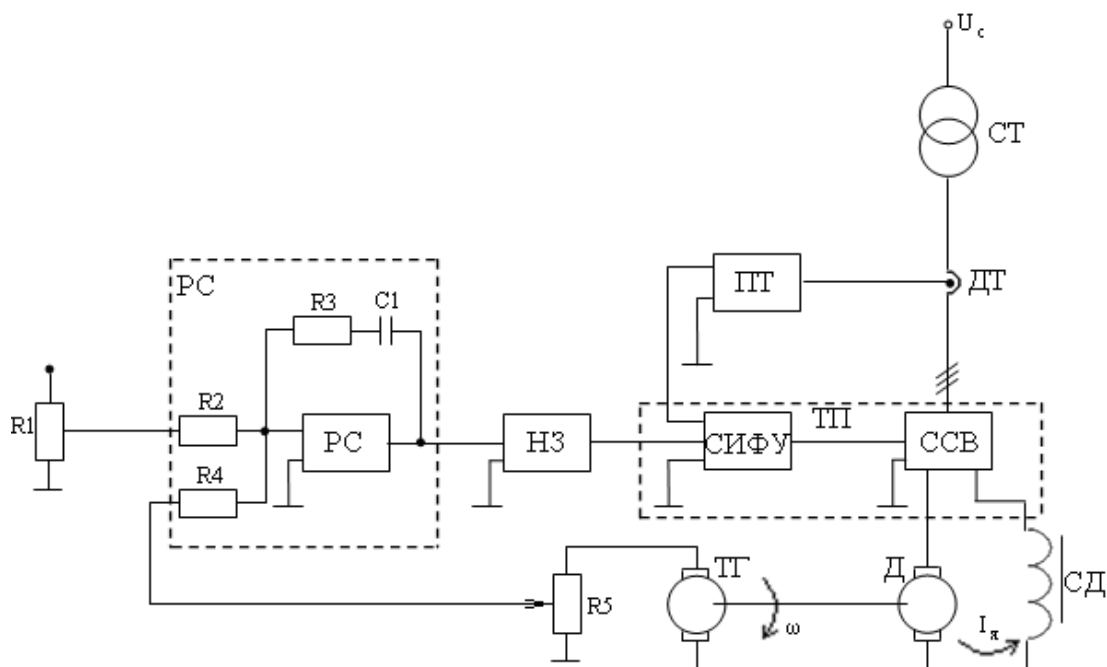


Рис. 5.9

Параметры электропривода: $T_M = 0,1 \text{ с}$; $T_\mu = 0,025 \text{ с}$;
 $k_{ду} = 0,65 \frac{\text{рад/с}}{\text{В}}$; $k_{нз} = 0,33$; $k_{п} = 110$; $k_{от} = 0,2 \text{ Ом}$; $k_{ос} = 0,08 \text{ В с/рад}$;
 $R_{яц} = 0,4 \text{ Ом}$; $I_{ян} = 20 \text{ А}$.

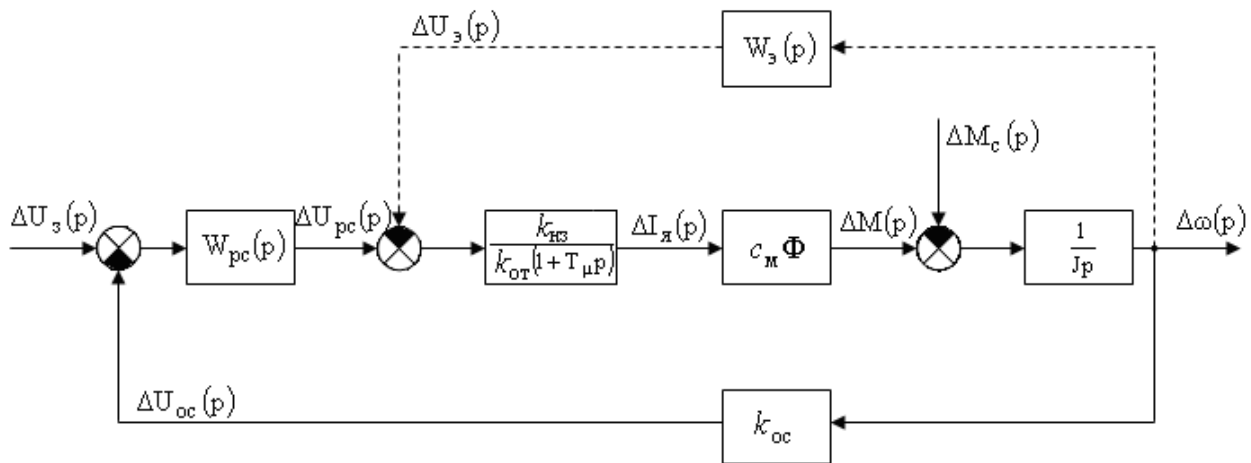


Рис. 5.10

Синтез скорости производится без учета влияния связи по ЭДС двигателя (на рис. 5.10 эта связь показана пунктиром). Физически это означает, что электромагнитные процессы протекают значительно быстрее электромеханических. Это выполняется в том случае, если T_m на порядок и более превышает T_μ . При несоблюдении этого условия в схеме предусматривают дополнительные компенсирующие, обычно положительные, связи по ЭДС или скорости двигателя. В данном электроприводе используется дополнительная положительная связь по скорости.

Естественно, что пренебрежение отрицательной связью по ЭДС двигателя E_d возможно только в динамике, когда ЭДС тиристорного преобразователя $E_\Pi \gg E_d$. В статике же E_d близко к E_Π , и ни о каком пренебрежении E_d не может быть и речи.

Передаточную функцию регулятора скорости найдем из соотношения (5.1):

$$W_{pc}(p) = \frac{1 + 4T_\mu p}{\frac{bT_\mu^2 p^2 (1 + T_\mu p)}{k_{нз} C_m \Phi K_{ос}} \cdot \frac{1 + 4T_\mu p}{T_\Pi p}},$$

где $T_\Pi = \frac{b k_{нз} R_{яц} k_{ду} k_{ос} T_\mu^2}{k_{от} T_m}$; $k_{ду} = \frac{1}{c_e \Phi}$; $T_m = J R_{яц} k_{ду}^2$.

Постоянная интегрирования

$$T_{\text{и}} = \frac{0,33 \cdot 0,4 \cdot 0,65 \cdot 0,08 \cdot 0,025^2}{0,2 \cdot 0,1} b = 2,145 \cdot 10^{-4} b \text{ с.}$$

В табл. 5.2 приведены значения $T_{\text{и}}$ для разных значений b .

Таблица 5.2

b	4	6,4	8	12	16
$T_{\text{и}}, \text{с}$	$8,58 \cdot 10^{-4}$	$1,37 \cdot 10^{-3}$	$1,72 \cdot 10^{-3}$	$0,257 \cdot 10^{-3}$	$3,44 \cdot 10^{-3}$

При настройке контура на СО ($b=8$) постоянная $T_{\text{и}} = 1,72 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$

Принимаем $C1 = 10^{-6} \text{ Ф}$, тогда

$$R2 = R4 = \frac{T_{\text{и}}}{C1} = \frac{1,72 \cdot 10^{-3}}{10^{-6}} = 1,72 \cdot 10^3 \text{ Ом};$$

$$\text{сопротивление } R3 = \frac{4T_{\mu}}{C1} = \frac{4 \cdot 0,025}{10^{-6}} = 10^5 \text{ Ом.}$$

Оценим чувствительность системы к изменению параметров. Пусть из-за увеличения, например, постоянной времени $T_{\text{м}}$ постоянная интегрирования $T_{\text{и}}$ уменьшилась на 25%. Это эквивалентно уменьшению на 25% коэффициента b , т. е. от $b_1 = 8$ до $b_2 = 6$. Тогда из графиков (см. рис. 5.8, *a-e*) следует, что система имеет слабую чувствительность к изменению коэффициента b , так как перерегулирование (табл. 5.3) осталось без изменения, запас по фазе уменьшился всего на 2° , а динамический провал δ уменьшился на 54%, время переходного процесса по управляющему $t_{\text{пу}}$ и возмущающему воздействиям $t_{\text{пв}}/T_{\mu}$ изменились в положительную сторону примерно на 25%.

Таблица 5.3

b	$\Delta\varphi(\omega_{\text{ср}})^\circ$	$\frac{t_{\text{пу}}}{T_{\mu}}$	$\frac{t_{\text{пв}}}{T_{\mu}}$	$\sigma, \%$	$\delta, \%$
8	-37	11,5	10	43,5	199
6	-35	8,5	7,5	43,5	145

Оценим чувствительность системы к пульсациям напряжения тахогенератора. При высоком быстродействии пульсации $U_{тг}$ могут вызывать значительные пульсации тока якоря двигателя. Обычно по условиям нормальной работы привода можно допустить только небольшую величину пульсаций $i_{яд} \leq 0,05$.

Известно, что в кривой напряжения тахогенератора содержатся частоты зубцовых, полюсных, коллекторных и оборотных пульсаций. Из этих четырех составляющих наибольшие неприятности вызывают полюсные и оборотные пульсации [9]. Их частота пропорциональна скорости тахогенератора.

Под величиной пульсаций обычно понимается двойная амплитуда напряжения, отнесенная к среднему значению напряжения тахогенератора при данной скорости вращения. Суммарный уровень оборотных и полюсных пульсаций достигает на тахогенераторах постоянного тока обычного исполнения (серии П, МИ) порядка одного-двух процентов ($U_{г1} = 0,01 \div 0,02$), а на тахогенераторах прецизионного исполнения (серии ПТ, встроенного типа) – на порядок меньше ($U_{г2} = 0,001 \div 0,002$).

Запишем выражение для передаточной функции между током якоря и напряжением на входе системы (см. рис. 5.10):

$$W(p) = \frac{\Delta I_{я}(p)}{\Delta U_3(p)} = \frac{W_{рс}(p) \frac{k_{нз}}{k_{от}(1 + T_{\mu} p)}}{1 + \frac{1 + 4T_{\mu} p}{8T_{\mu}^2 p^2 (1 + T_{\mu} p)}} = \frac{T_1 p (4T_{\mu} p + 1)}{(2T_{\mu} p + 1)(4T_{\mu}^2 p^2 + 2T_{\mu} p + 1)},$$

где $T_1 = \frac{8k_{нз}T_{\mu}^2}{k_{от}T_{и}}$.

Вычисляем

$$20 \lg \frac{8 \cdot 0,33 \cdot 0,025^2}{0,2 \cdot 1,72 \cdot 10^{-3}} = 13,6 \text{ дБ}, \lg \frac{1}{2 \cdot 0,025} = 1,3 \text{ дек}, \lg \frac{1}{4 \cdot 0,025} = 1 \text{ дек}$$

и строим амплитудную характеристику $L(\omega)$ (рис. 5.11).

Из графика (см. рис. 5.11) следует, что наиболее опасной частотой является $\omega_1 = 10^{1,3} = 20$ рад/с, так как коэффициент усиления на этой частоте равен максимальному значению

$$A(20) = 10^{\frac{44}{20}} = 178.$$

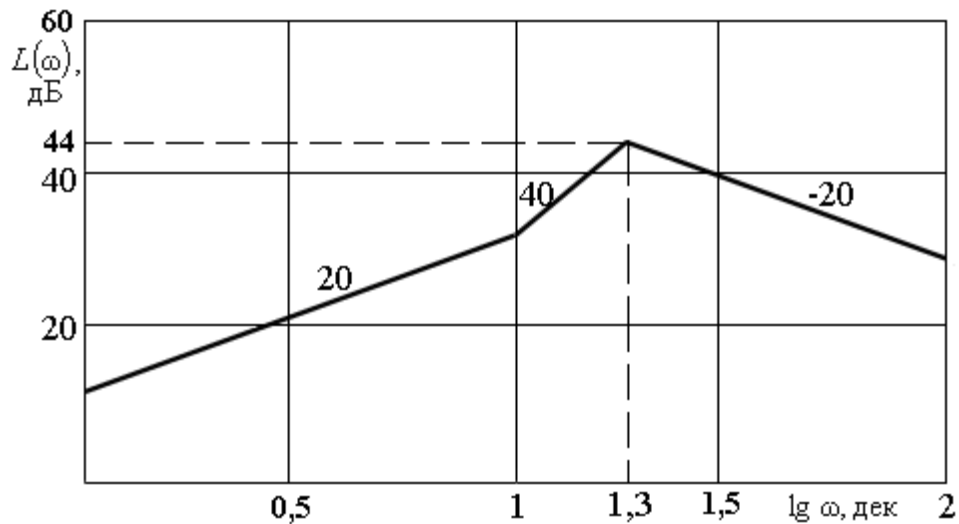


Рис. 5.11

На этой частоте определим пульсации тока якоря в системе с тахогенератором обычного исполнения:

$$i_{я1} = \frac{\Delta I_{я}(20)}{I_{ян}} = \frac{U_{г1} k_{ос} \omega_1 A_1(20)}{I_{ян}} = \frac{0,01 \cdot 0,08 \cdot 20 \cdot 178}{20} = 0,1425.$$

Полученная величина значительно больше допустимого значения $i_{яд} = 0,05$.

В системе с тахогенератором прецизионного исполнения пульсации тока якоря

$$i_{я2} = \frac{U_{г2}}{U_{г1}} i_{я1} = \frac{0,002}{0,01} \cdot 0,1425 = 0,0285$$

не превышают допустимой величины.

Вопросы для самопроверки

1. Что понимается под коррекцией системы? Назовите основные способы включения корректирующих устройств.
2. В чем состоит основное отличие методов желаемых частотных и стандартных динамических характеристик?

3. Из каких условий выбирают частоту среза разомкнутой системы?
4. В каких случаях системы настраивают по условиям модульного и симметричного оптимума?
5. Что понимается под чувствительностью? Как оценивается работоспособность системы управления?

6. САУ ТЕМПЕРАТУРОЙ ОТЖИГА ПОЛОСЫ В ПРОТЯЖНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЕЧИ НА ВОЗДУШНОЙ ПОДУШКЕ

6.1. Устройство и принцип работы печи

Основным узлом агрегата непрерывного отжига является электрическая печь на воздушной подушке (рис. 6.2), в которой отжигается движущаяся со скоростью V_1 металлическая полоса 1. Печь отжига состоит из нескольких однотипных зон нагрева 2 и зон охлаждения 3. В зоне нагрева полоса нагревается от начальной температуры $\theta_{н1}$ до конечной $\theta(L_1)$, а в охлаждающих зонах она охлаждается от температуры $\theta(L_1)$ до $\theta(L_2)$. Примерный график распределения температуры полосы по длине печи представлен на рис. 6.3.

Каждая зона нагрева состоит из верхней и нижней одинаковых секций. В состав каждой зоны входит напорный вентилятор 4, воздухопровод и направляющее устройство, выполненное в виде сопловых плит.

Зона нагрева работает следующим образом. Вентилятор 4, приводимый во вращение электродвигателем постоянного тока с независимым возбуждением 5, прогоняет воздух через калориферы 6. В них он нагревается до заданной температуры, затем поступает в напорную камеру 7 и далее через направляющее устройство – на движущееся изделие, создавая при этом воздушную подушку. Отдав часть тепла, воздух снова засасывается вентилятором.

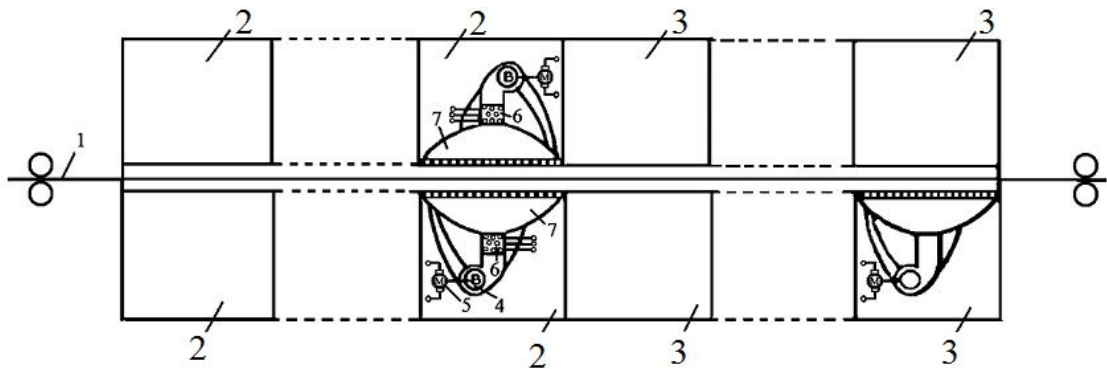


Рис. 6.2

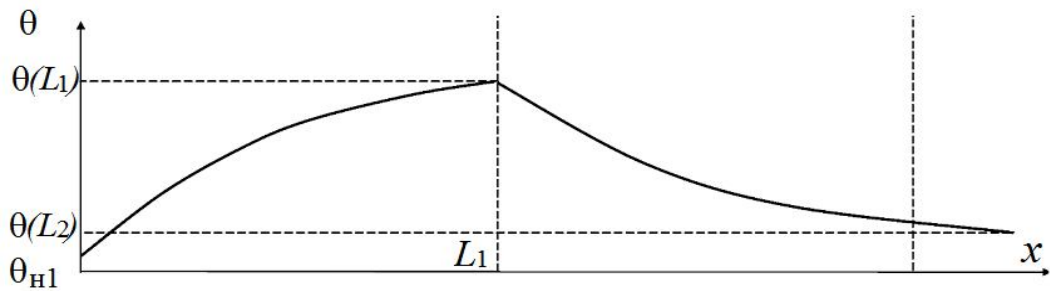


Рис. 6.3

6.2. Задание на проектирование

Дана протяжная электропечь на воздушной подушке, в которой отжигается полоса из алюминиевых сплавов. Печь состоит из нагревательных и охлаждающих зон. Длина одной зоны $l = 5$ м, количество зон нагрева $n_1 = 1$.

Ширина полосы $b = 1,6$ м, отклонение ее толщины $\Delta h = 0,1h$, удельная теплоемкость $c_1 = 0,25$ ккал/кг 0 С, удельная масса $\rho_1 = 2700$ кг/м 3 , коэффициент теплоотдачи от струйных потоков горячего воздуха к полосе $\alpha_1 = 1,2\omega_d^{0,89}$ (ккал/м 2 час 0 С), номинальная скорость вращения вентиляторов $\omega_{дн} = 104,7$ рад/с, температура охлаждающего воздуха $\theta_{вох} = 20^0$ С, начальная температура полосы $\theta_{н1} = 20 \pm 5^0$ С, $k_{cy} = 100$.

Передаточная функция печи:

$$W_{\pi}(p) = \frac{k_{\pi}(1 + T_2 p)}{(1 + T_1 p)(1 + T_3 p)(1 + T_4 p)},$$

где $k_{\Pi} = 1,2 \text{ }^0\text{C}/\text{B}$; $T_1 = 1070 \text{ с}$, $T_2 = 794 \text{ с}$, $T_3 = 550 \text{ с}$, $T_4 = 20 \text{ с}$.

Передаточная функция датчика температуры:

$$W_{\text{дт}}(p) = \frac{k_{\text{дт}}}{1 + T_5 p},$$

где $k_{\text{дт}} = 0,02 \text{ В}/^0\text{C}$, $T_5 = 10 \text{ с}$.

Температура отжига полосы $\theta(L_1) = 360 \pm 6^0 \text{ C}$, температура охлажденной полосы $\theta(L_2) = 60^0 \text{ C}$, температура горячего воздуха в секциях нагрева $\theta_{\text{вн}} = 370^0 \text{ C}$, температура воздуха в охлаждающих секциях $\theta_{\text{вох}} = 20^0 \text{ C}$.

Структурная схема печи и полосы представлена на рис. 6.1. Передаточные функции [13]:

$$W_1(t_0, p) = \frac{1}{1 + T_{\Pi} p} \left(1 - e^{-\chi_1 + p t_0} \right);$$

$$W_2(t_0, p) = \frac{k_2}{p} \left(1 - e^{-p t_0} \right);$$

$$k_2 = \frac{\theta_{\text{вн}} - \theta_{\text{н1}}}{T_{\Pi}} e^{-\chi_1}.$$

Передаточная функция

$$W_3(p) = \frac{k_3}{1 + 30p},$$

коэффициент передачи

$$k_3 = \begin{cases} 0,27\theta_{\text{вн}}, & \Delta h^* = \Delta \alpha_1^* = \Delta V_1^* \leq 0,1; \\ \theta_{\text{вн}}, & \Delta V_1^* = 1. \end{cases}$$

Параметры электропривода вентилятора: номинальная скорость $\omega_{\text{д}} = 104,7 \text{ рад/с}$; номинальный ток якоря электродвигателя $I_{\text{дн}} = 325 \text{ A}$, постоянные времени: $T_{\mu 1} = 0,02 \text{ с}$; $T_{\gamma} = 0,04 \text{ с}$; $T_{\text{м}} = 0,3 \text{ с}$; $k_{\text{от}} = 0,01 \text{ Ом}$; $k_{\text{сп}} = 30$; $k_{\text{ос}} = 0,1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{рад}}$.

Требуется найти алгоритм управления, определить погрешность регулирования, составить структурную схему, синтезировать регуляторы и разработать упрощенную принципиальную схему САУ температурой отжига полосы. Допустимые значения запаса устойчивости САУ температурой горячего воздуха по фазе $\Delta\varphi_d = 45^\circ$, времени регулирования $t_d \leq 250$ с.

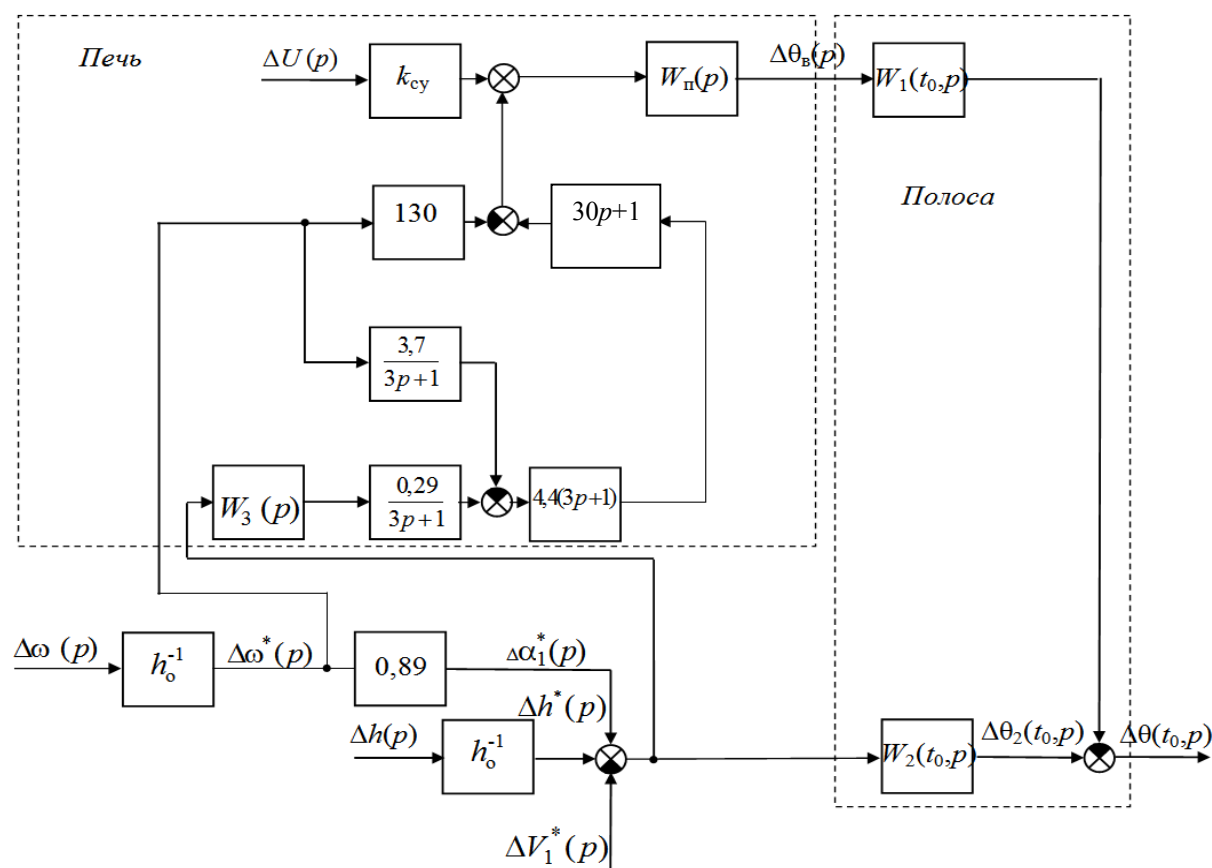


Рис. 6.1.

6.3. Производительность печи и распределение температуры полосы по длине печи

Температура полосы на выходе из последней нагревательной зоны ($x = L_1$) (конечная температура, температура отжига, максимальная температура) [13]

$$\theta(x) = \theta_{\text{вн}} - (\theta_{\text{вн}} - \theta_{\text{нл}}) e^{-\frac{\chi_1 x}{L_1}}, \quad (6.1)$$

где

$$\chi_1 = \frac{n_1 L_1}{V_1 T_{\Pi}}. \quad (6.2)$$

Постоянная времени нагрева полосы

$$T_{\text{и}} = \frac{c_1 \rho h}{\alpha} = \frac{0,25 \cdot 2700 \cdot 10^{-3} \cdot 3600}{1,2 \cdot 104,7^{0,89}} = 32,26 \text{ с.}$$

Величина обобщенного комплекса (6.1)

$$\chi_1 = \ln \frac{\theta_{\text{вн}} - \theta_{\text{н1}}}{\theta_{\text{вн}} - \theta(L_1)} = \ln \frac{370 - 20}{370 - 360} = 3,55.$$

Скорость перемещения полосы (6.2)

$$V_1 = \frac{L_1}{\chi_1 T_{\Pi}} = \frac{n_1 l}{\chi_1 T_{\Pi}} = \frac{1 \cdot 5}{3,55 \cdot 32,26} = 0,0436 \text{ м/с.}$$

Производительность печи

$$P = bhV_1\rho_1 = 1,6 \cdot 10^{-3} \cdot 0,0436 \cdot 2700 = 0,188 \text{ кг/с} = 678 \text{ кг/час.}$$

Время пребывания элементарного участка полосы в печи нагрева

$$t_0 = \frac{L_1}{V_1} = \frac{5}{0,0436} = 114,7 \text{ с.}$$

Зависимость температуры нагрева полосы от координаты x описывается выражением

$$\theta(x_1) = \theta_{\text{вн}} - (\theta_{\text{вн}} - \theta_{\text{н1}}) e^{-\frac{\chi_1 x}{L_1}} = 370 - (370 - 20) e^{-\frac{3,55}{5} x} = 370 - 350 e^{-0,71 x}.$$

Расчетные значения переменных заносятся в табл. 6.1, строится кривая нагрева полосы ($0 \leq x \leq 5 \text{ м}$) (рис. 6.4).

Таблица 6.1

$x, \text{ м}$	0	1	2	3	4	5
$\theta(x), ^\circ\text{C}$	20	197,9	285,4	328,4	349,6	360

Распределение температуры полосы при охлаждении

$$\theta(x) = \theta_{\text{в.ох}} - (\theta_{\text{в.ох}} - \theta(L_1)) e^{-\frac{\chi_2(x-L_1)}{L_2-L_1}}; \quad (6.3)$$

$$L_1 \leq x \leq L_2;$$

$$\chi_2 = \frac{L_2 - L_1}{V_1 T_{\Pi}}. \quad (6.4)$$

Положив в (6.3) $x = L_2$, найдем величину обобщенной переменной:

$$\chi_2 = \ln \frac{\theta(L_1) - \theta_{\text{в.ох}}}{\theta(L_2) - \theta_{\text{в.ох}}} = \ln \frac{360 - 20}{60 - 20} = 2,14.$$

Округляем до целого числа $n_2 = 1$. Длина всей печи

$$L_2 = L_1 + n_2 l = 5 + 1 \cdot 5 = 10 \text{ м.}$$

Для построения кривой охлаждения воспользуемся выражением (6.3):

$$\theta(x) = 20 - (20 - 360)e^{-\frac{2,14(x-5)}{10-5}} = 20 + 340e^{-0,428(x-5)}.$$

По результатам вычислений (табл. 6.2) строится кривая охлаждения полосы ($5 \leq x \leq 10\text{м}$) (рис. 6.4).

Таблица 6.2

$x, \text{ м}$	5	6	7	8	9	10
$\theta(x), ^\circ\text{C}$	360	241,6	164,5	114,2	81,4	60

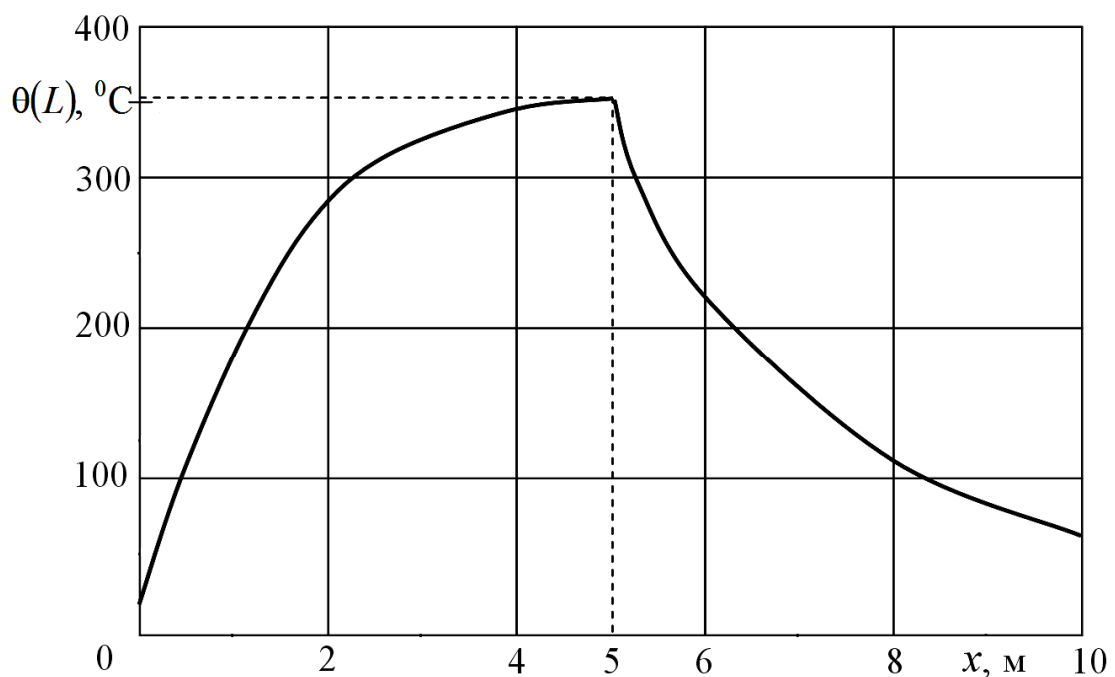


Рис. 6.4.

6.4. Погрешность и обоснование САУ температурой отжига полосы

Как следует из соотношений (6.1) – (6.3), основными возмущающими воздействиями, влияющими на отклонение температуры отжига $\Delta\theta(L_1)$, являются отклонения следующих переменных: $\Delta\theta_{\text{вн}}$ – температуры теплоносителя; $\Delta\theta_{\text{н1}}$ – начальной температуры полосы; $\Delta\alpha_1$ – коэффициента теплоотдачи; Δh – толщины полосы; ΔV_1 – скорости; Δc_1 , $\Delta \rho_1$ – удельных значений теплоемкости и массы полосы.

Будем считать, что удельные значения теплоемкости и массы изменяются только при смене марки отжигаемой полосы. Поэтому при отжиге полосы одной и той же марки значения $\Delta c_1 = \Delta \rho_1 = 0$.

Найдем приращение температуры отжига от основных возмущающих воздействий. С этой целью линеаризуем функцию (6.2):

$$\Delta\theta(L_1) = \Delta\theta_{\text{вн}} - (\Delta\theta_{\text{вн}} - \Delta\theta_{\text{н1}})e^{-\chi_1} - (\theta_{\text{вн}} - \theta_{\text{н1}}) \left(\frac{de^{-\chi_1}}{dV_1} \Delta V_1 + \frac{de^{-\chi_1}}{dh} \Delta h + \frac{de^{-\chi_1}}{d\alpha_1} \Delta\alpha_1 \right). \quad (6.5)$$

Найдем производные:

$$\begin{aligned} \frac{de^{-\chi_1}}{dV_1} &= e^{-\chi_1} \frac{d(-\chi_1)}{dV_1} = e^{-\chi_1} \frac{\alpha_1 L_1}{V_1^2 c_1 \rho_1 h} = \frac{\chi_1}{V_1} e^{-\chi_1}; \\ \frac{de^{-\chi_1}}{dh} &= -\frac{\chi_1}{h} e^{-\chi_1}; \\ \frac{de^{-\chi_1}}{d\alpha_1} &= -\frac{\chi_1}{\alpha_1} e^{-\chi_1} \end{aligned}$$

и подставим их в (6.5).

В итоге получим, что погрешность регулирования температуры отжига полосы

$$\Delta\theta(L_1) = \Delta\theta_{\text{вн}}(1 - e^{-\chi_1}) + \Delta\theta_{\text{н1}}e^{-\chi_1} - \chi_1(\Delta V_1^* + \Delta h^* - \Delta\alpha_1^*)(\theta_{\text{вн}} - \theta_{\text{н1}})e^{-\chi_1}$$

определяется отклонением от заданных значений следующих переменных: температуры печи $\Delta\theta_{\text{вн}}$, начальной температуры полосы $\Delta\theta_{\text{н1}}$, скорости ΔV_1 , толщины Δh и коэффициента теплоотдачи $\Delta\alpha_1$.

Будем ориентироваться на построение САУ температурой отжига полосы как разомкнутой системы, так как измерить температуру движущейся полосы внутри закрытой полосы не представляется возможным. Эта система состоит из локальных систем автоматического управления температурой печи, скоростью полосы и частотой вращения вентиляторов. Каждая из этих систем имеет обратную связь по своей регулируемой величине. Первая система замкнута по температуре $\theta_{\text{вн}}$, вторая – по скорости V_1 , третья – по частоте вращения вентиляторов. Обратной связи по $\Delta\theta(L_1)$ нет, поэтому такую систему называют разомкнутой.

Будем считать, что локальные САУ являются системами общепромышленного назначения. Их погрешность в статике: САУ температурой печи $\Delta\theta_{\text{вн}} = 3^\circ\text{C}$; САУ скоростью полосы $\Delta V_1^* = \pm 0,02$; САУ частотой вращения вентиляторов $\Delta\omega_d^* = 0,0225$.

Погрешность стабилизации коэффициента теплоотдачи

$$\Delta\alpha_1^* = 0,89\Delta\omega_d^* = 0,89 \cdot 0,0225 = 0,02.$$

Погрешность разомкнутой системы управления температурой отжига полосы

$$\begin{aligned}\Delta\theta_1 &= 3(1 - e^{-3,55}) + 5e^{-3,55} - 3,55(-0,02 - 0,1 - 0,02)(370 - 20)e^{-3,55} = \\ &= 3 + (5 - 3 + 173,95)e^{-3,55} = 8,05^\circ\text{C}.\end{aligned}$$

Расчет произведен для наиболее неблагоприятного режима, при котором слагаемые в (6.5) имеют одинаковые знаки. Полученная величина погрешности $\Delta\theta_1 = 8,05^\circ\text{C}$ превышает заданное значение $\Delta\theta_3 = 6^\circ\text{C}$. Поэтому будем ориентироваться на разомкнутую САУ со связью по наибольшему возмущению – по отклонению толщины полосы.

Погрешность разомкнутой системы со связью по разнотолщинности полосы

$$\begin{aligned}\Delta\theta_2 &= 3(1 - e^{-3,55}) + 5e^{-3,55} - 3,55(-0,02 - 0,02)(370 - 20)e^{-3,55} = \\ &= 3 + (2 + 49,7)e^{-3,55} = 4,5^\circ\text{C}\end{aligned}$$

получилась меньше заданной $\Delta\theta_3 = 6^\circ\text{C}$. Следовательно, САУ температурой отжига полосы будет состоять из канала компенсации воз-

мушения по разнотолщинности полосы и локальных САУ: температурой печи, скоростью полосы и частотой вращения вентилятора.

6.5. Синтез САУ температурой печи

Дана структурная схема САУ температурой теплоносителя (рис. 6.5). Она состоит из регулятора, силового усилителя мощности, печи и датчика температуры. Нескорректированная система включает силовой усилитель, печь и датчик температуры.

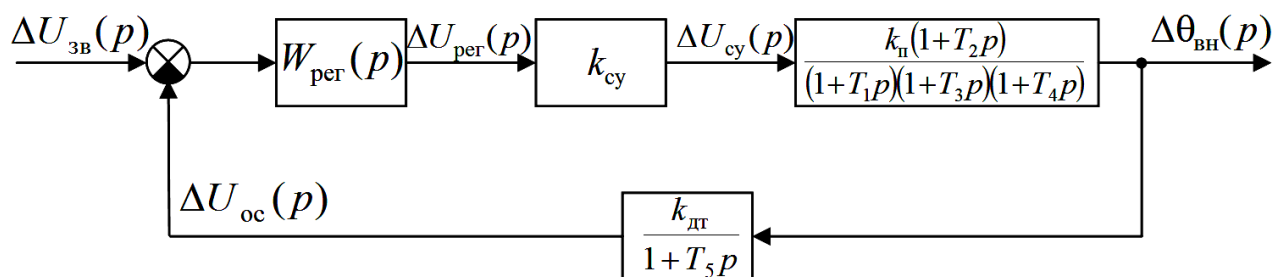


Рис. 6.5

Коэффициент усиления этой системы

$$k_{\text{нс}} = k_{\text{cy}} k_{\text{п}} k_{\text{дт}} = 100 \cdot 1,2 \cdot 0,02 = 2,4.$$

В качестве регулятора выбираем ПИД-регулятор. Задача синтеза может быть сформулирована следующим образом. Для нескорректированной системы с передаточной функцией в разомкнутом состоянии

$$W_{\text{нс}}(p) = \frac{k_{\text{нс}}(1 + T_2 p)}{(1 + T_1 p)(T_3 p + 1)(1 + T_4 p)(1 + T_5 p)}$$

($T_1 = 1070$ с, $T_2 = 794$ с, $T_3 = 550$ с, $T_4 = 20$ с, $T_5 = 10$ с) найти постоянные времени ПИД-регулятора

$$W_{\text{рег}}(p) = \frac{(1 + T_6 p)(1 + T_7 p)}{T_{\text{и1}} p} \quad (6.6)$$

из условия обеспечения в системе допустимого запаса устойчивости по фазе $\Delta\varphi_{\text{д}} = 45^\circ$ и времени переходного процесса по управляющему воздействию $t_{\text{д}} = 200$ с. Будем ориентироваться на регулирующие кон-

троллеры общепромышленного назначения. Пусть постоянные времени регулятора могут быть установлены в следующих пределах:

$$T_{и1} = 1 \div 500 \text{ с}, T_6 = 0 \div 100 \text{ с}, T_7 = 0 \div 100 \text{ с}.$$

Эту задачу можно решить графо-аналитическим методом (пример 5.2) и аналитическим методом.

Допустимое перерегулирование (5.7)

$$\sigma_d = (1 - \sin 45^\circ)100 = 29\%.$$

Требуемая частота среза системы (5.6) должна быть не менее

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{4 \cdot 3,14}{250} = 0,05 \text{ (1/с)}.$$

Так как обратная величина требуемой частоты среза намного меньше постоянных времени T_1, T_2, T_3 , то передаточную функцию нескорректированной системы можно упростить:

$$W'_{\text{нс}}(p) = \frac{1}{T_{и2}p(T_4p + 1)(T_5p + 1)}.$$

Ее низкочастотная ЛАХ представлена на рис. 5.3 пунктирной линией, постоянная интегрирования

$$T_{и2} = 10^{2,5} = 316,2 \text{ с}.$$

Передаточная функция скорректированной системы

$$W'_{\text{ск}}(p) = W'_{\text{нс}}(p)W'_{\text{рег}}(p) = \frac{(T_6p + 1)(T_7p + 1)}{T_{и1}T_{и2}p^2(T_4p + 1)(T_5p + 1)}.$$

Параметры регулятора будем выбирать так, чтобы ЛАХ скорректированной системы имела наклоны $(-40 \ -20 \ -40)$ дб/дек и была симметрична относительно частоты среза.

Первую постоянную времени регулятора принимаем равной предпоследней по величине постоянной времени передаточной функции нескорректированной системы $T_6 = T_4 = 10 \text{ с}$, а вторую постоянную времени определяем из (5.7 а), (5.7 б):

$$T_7 = 10^{-h} T_5 = 10^{0,76} 10 = 57,5 \text{ с}.$$

Частота среза отстает от $\lg \frac{1}{T_5}$ на $0,5h$, поэтому

$$\lg \omega_{cp} = \lg \frac{1}{T_5} + 0,5h = -1 + 0,5(-0,76) = -1,38 \text{ дек},$$

$$\omega_{cp} = 10^{-1,38} = 0,0417 \text{ 1/с}.$$

Постоянную интегрирования регулятора можно найти из ЛАХ скорректированной системы при $\omega = \omega_{cp}$:

$$\begin{aligned} \lg T_{и1} &= -\lg \omega_{cp} - \lg \omega_{cp} T_{и2} + \lg \sqrt{1 + (\omega_{cp} T_7)^2} - \lg \sqrt{1 + (\omega_{cp} T_5)^2} = \\ &= \lg 0,0417 - \lg (0,0417 \cdot 316,2) + \lg \sqrt{1 + (0,0417 \cdot 57,5)^2} - \\ &\quad - \lg \sqrt{1 + (0,0417 \cdot 10)^2} = 0,64; \\ T_{и1} &= 10^{0,64} = 4,4 \text{ с}. \end{aligned}$$

Приближенная величина запаса устойчивости по фазе, соответствующая передаточной функции $W'_{ск}(p)$,

$$\begin{aligned} \Delta\varphi' &= 180^0 + \Delta\varphi'_{ск}(\omega_{cp}) = \arctg \omega_{cp} T_7 - \arctg \omega_{cp} T_5 = \\ &= \arctg(0,0417 \cdot 57,5) - \arctg(0,0417 \cdot 10) = 44,7^0 \end{aligned}$$

незначительно отличается от заданного значения $\Delta\varphi_{ск} = 45^0$.

Вычисленное значение запаса устойчивости по точной передаточной функции

$$W_{ск}(p) = \frac{k_{ис}(T_2 p + 1)(T_7 p + 1)}{T_{и1} p (T_1 p + 1)(T_3 p + 1)(T_5 p + 1)},$$

составит

$$\begin{aligned} \Delta\varphi' &= 180^0 - 90^0 - \arctg \omega_{н\delta} T_1 + \arctg \omega_{н\delta} T_2 - \arctg \omega_{н\delta} T_3 - \arctg \omega_{н\delta} T_5 + \\ &\quad + \arctg \omega_{н\delta} T_7 = 46,8^0. \end{aligned}$$

Оно отличается от заданного значения всего на $1,8^0$.

Упрощенная принципиальная электрическая схема САУ температурой горячего воздуха, (рис. 6.6) состоит из следующих элементов: ЗУ – задающего устройства; регулятора РЕГ; блока системы импульсно-фазового управления (СИФУ) тиристорами VS1-VS6, включен-

ными по встречно-параллельной схеме; электронагревателей R1-R3; силового трансформатора T1; термопары Tп и усилителя У1.

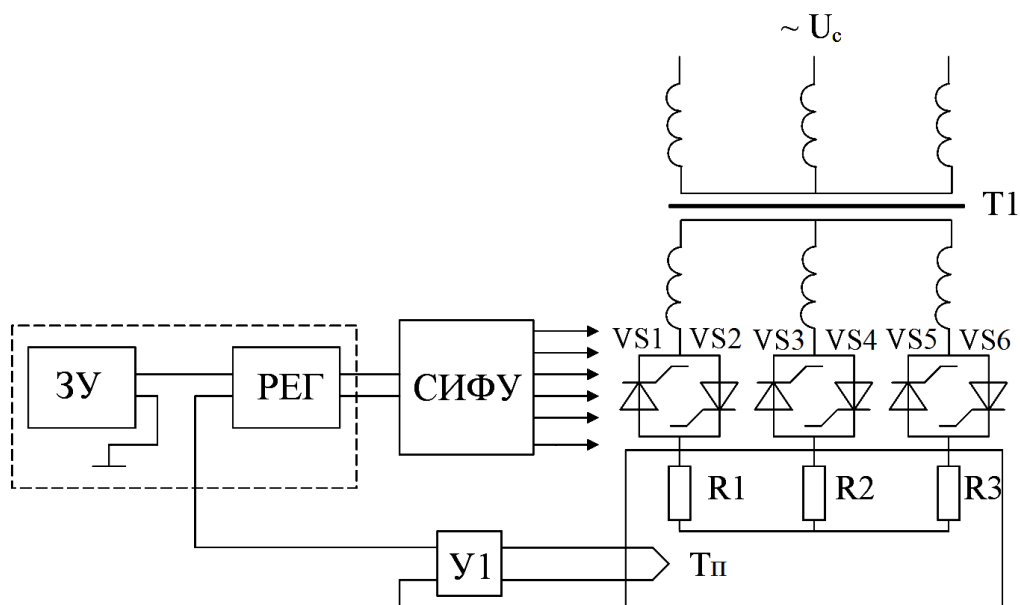


Рис. 6.6.

6.6. Синтез САУ скоростью вращения электродвигателя вентилятора

Синтезируемая система (рис. 6.7) состоит из электродвигателя постоянного тока с независимым возбуждением М1, вентилятора В, тахогенератора ТГ, датчика тока якоря R_ш, усилителя напряжения шунта У1, тиристорного преобразователя ТП, регулятора тока РТ, регулятора скорости РС и задатчика скорости R_з.

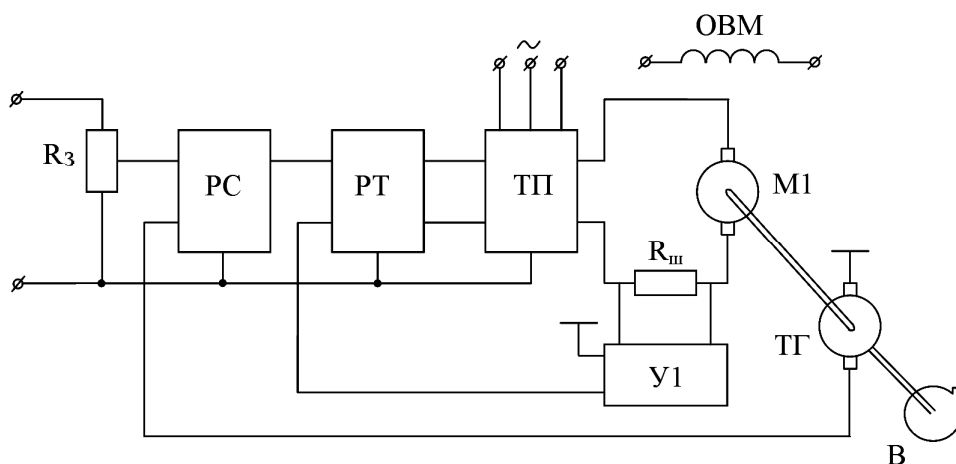


Рис. 6.7.

Структурная схема двухконтурной САУ скоростью электродвигателя представлена на рис. 6.8.

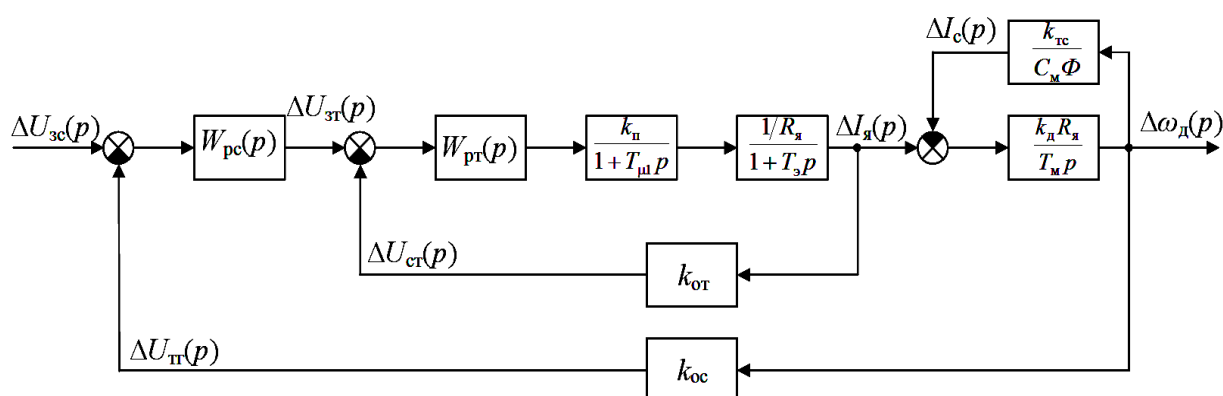


Рис. 6.8.

Задача формулируется следующим образом. Для объекта управления, состоящего из электродвигателя М1, вентилятора В, тахогенератора ТГ, датчика тока Рш, усилителя У1, преобразователя ТП, выбрать регуляторы тока и скорости, рассчитать их параметры и построить переходный процесс по управляющему воздействию.

6.7. Синтез регулятора тока

Синтез системы начинаем с синтеза внутреннего контура регулирования тока якоря, структурная схема которого представлена на рис. 6.9.

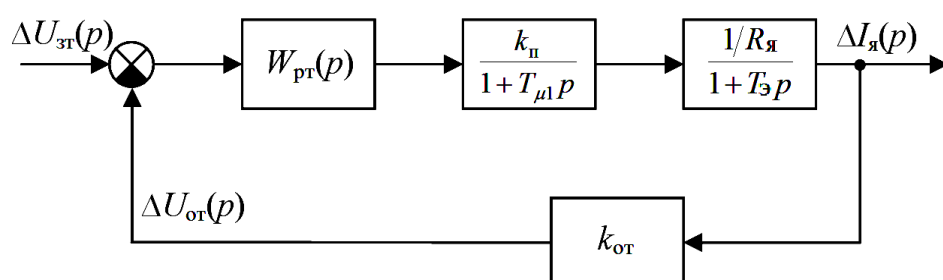


Рис. 6.9.

Контур регулирования следует настраивать так, чтобы в результате настройки в передаточную функцию регулятора входило интегрирующее звено. В этом случае все помехи, приложенные между объектом управления и выходом контура, в установившемся режиме будут полностью скомпенсированы.

Контур регулирования тока якоря обычно настраивают по условиям модульного оптимума (МО). При такой настройке передаточная функция разомкнутого контура регулирования тока должна быть равна желаемой передаточной функции

$$W_{\text{ртя}}(p) = W_{\text{жр}}^{(\text{МО})}(p),$$

или

$$W_{\text{рт}}(p) \cdot \frac{k_{\text{п}} \cdot k_{\text{от}}}{(1 + T_{\mu 1} p) R_{\text{я}} (1 + T_{\text{э}} p)} = \frac{1}{2T_{\mu 1} p (1 + T_{\mu 1} p)}. \quad (6.7)$$

В этом уравнении неизвестной величиной является $W_{\text{рт}}(p)$, из его решения находим передаточную функцию регулятора тока:

$$W_{\text{рт}}(p) = \frac{1 + T_{\text{э}} p}{T_{\text{и1}} p}; \quad (6.8)$$

$$T_{\text{и1}} = \frac{2k_{\text{п}}k_{\text{от}}T_{\mu 1}}{R_{\text{я}}} = \frac{2 \cdot 30 \cdot 0,01 \cdot 0,02}{0,06} = 0,2 \text{ с.}$$

По виду передаточной функции (6.8) из табл. 4.1 выбираем схему регулятора и основные расчетные соотношения для определения параметров его элементов.

Схема регулятора тока представлена на рис. 6.10.

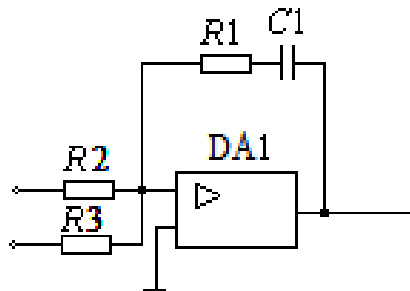


Рис. 6.10.

Задавшись емкостью конденсатора $C1 = 10^{-6}$ Ф, находим сопротивления резисторов:

$$R1 = \frac{T_{\text{э}}}{C1} = \frac{0,04}{10^{-6}} = 40 \cdot 10^3 \text{ Ом};$$

$$R2 = \frac{T_{\text{и1}}}{C1} = \frac{0,2}{10^{-6}} = 200 \cdot 10^3 \text{ Ом}.$$

Сопротивление резистора $R3$ выбираем равным сопротивлению $R2$, т. е. $R3 = 200 \text{ кОм}$.

Затем по формуле замыкания находим передаточную функцию замкнутого контура регулирования тока:

$$W_{\text{зт}}(p) = \frac{W_{\text{жр}}^{(\text{МО})}(p)}{k_{\text{от}}(1 + W_{\text{жр}}^{(\text{МО})}(p))} = \frac{1/k_{\text{от}}}{2T_{\mu 1}^2 p^2 + 2T_{\mu 1} p + 1}.$$

Пренебрегая слагаемым $2T_{\mu 1}^2 p^2$, получим:

$$W_{\text{зт}}(p) = \frac{1/k_{\text{от}}}{T_{\mu 2} p + 1},$$

где $T_{\mu 2} = 2T_{\mu 1} = 0,04 \text{ с}$.

6.8. Синтез регулятора скорости

Переходим к синтезу внешнего контура – контура регулирования скорости. Его структурная схема приведена на рис. 6.11.

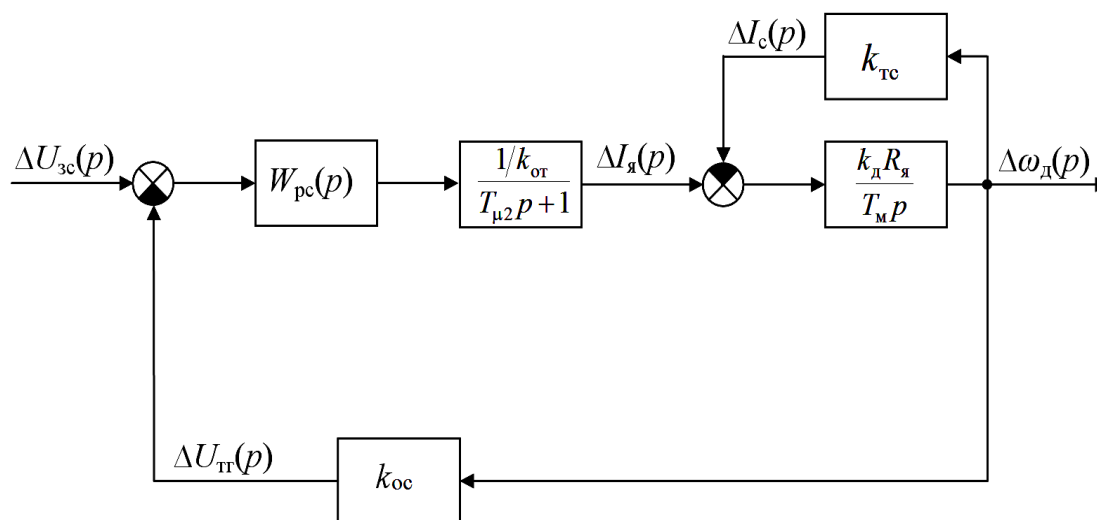


Рис. 6.11.

На структурной схеме неизвестной величиной является коэффициент передачи $k_{тс}$ между статическим током $\Delta I_с(p)$ и скоростью электродвигателя. Перед тем как составить уравнение для определения передаточной функции $\Delta W_{рс}(p)$, необходимо определить коэффициент $k_{тс}$. Его величину найдем из следующих рассуждений.

Момент статического сопротивления вентиляторной нагрузки

$$M_c = k_c \omega_d^2 \quad (6.9)$$

связан с током статического сопротивления соотношением

$$M_c = c_m \Phi I_c. \quad (6.10)$$

Из совместного рассмотрения соотношений (6.9), (6.10) получаем

$$I_c = \frac{k_c \omega_d^2}{c_m \Phi}. \quad (6.11)$$

А так как

$$c_m \Phi = \frac{M_{дн}}{I_{дн}}, \quad (6.12)$$

то, подставляя (6.12) в (6.11), получим

$$I_c = \frac{k_c I_{дн} \omega_d^2}{M_{дн}}. \quad (6.13)$$

Из соотношения номинальных величин

$$M_{дн} = k_c \omega_{дн}^2$$

найдем коэффициент

$$k_c = \frac{M_{дн}}{\omega_{дн}^2}$$

и, подставив его в (6.13), получим формулу для тока

$$I_c = \frac{I_{дн}}{\omega_{дн}^2} \omega_d^2. \quad (6.14)$$

После линеаризации функции (6.14) получаем:

$$\Delta I_c(p) = k_{тс} \Delta \omega_d(p),$$

где $k_{тс} = \frac{2\omega_{до} I_{дн}}{\omega_{дн}^2}.$

Если рабочая скорость равна номинальной $\omega_{до} = \omega_{дн}$, то

$$k_{тс} = \frac{2I_{дн}}{\omega_{дн}} = \frac{2 \cdot 325}{104,7} = 6,17 \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{рад}}.$$

Найдем передаточную функцию между скоростью и током якоря:

$$W_{\text{ст}}(p) = \frac{\frac{k_{\text{д}} R_{\text{я}}}{T_{\text{м}} p}}{1 + \frac{k_{\text{д}} R_{\text{я}} k_{\text{тс}}}{T_{\text{м}} p}} = \frac{1/k_{\text{тс}}}{T'_{\text{м}} p + 1},$$

где

$$T'_{\text{м}} = \frac{T_{\text{м}}}{k_{\text{д}} k_{\text{тс}} R_{\text{я}}} = \frac{0,3}{1,5 \cdot 6,17 \cdot 0,06} = 0,54 \text{ с.}$$

Преобразованная структурная схема контура регулирования скорости принимает «стандартный» вид (рис. 6.12).

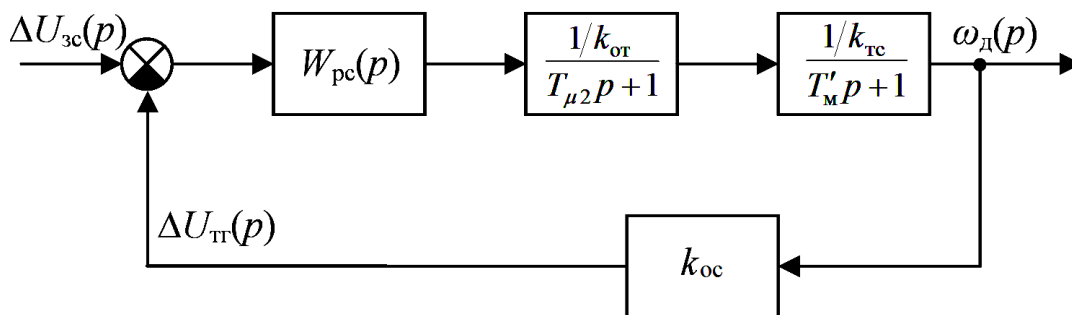


Рис. 6.12.

Будем настраивать контур регулирования скорости также на модульный оптимум. При такой настройке уравнение составляется аналогично уравнению (6.7), т. е.

$$W_{\text{рс}}(p) = \frac{k_{\text{ос}}}{k_{\text{от}} k_{\text{тс}} (T_{\mu 2} p + 1)(T'_{\text{м}} p + 1)} = \frac{1}{2T_{\mu 2} p (T_{\mu 2} p + 1)}.$$

Полученная передаточная функция регулятора скорости принимает вид

$$W_{\text{рс}}(p) = \frac{T'_{\text{м}} p + 1}{T_{\text{и}2} p},$$

где вторая постоянная интегрирования

$$T_{\text{и}2} = \frac{2k_{\text{ос}} T_{\mu 2}}{k_{\text{от}} k_{\text{тс}}} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 0,04}{0,01 \cdot 6,17} = 0,13 \text{ с.}$$

Передаточная функция регулятора скорости является передаточной функцией ПИ-регулятора. Его схема приведена на рис. 6.13.

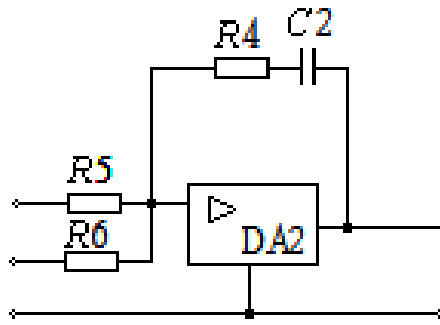


Рис. 6.13.

Выбираем конденсатор емкостью $C2 = 10^{-5}$ Ф, тогда

$$R4 = \frac{T'_M}{C2} = \frac{0,54}{10^{-5}} = 54 \cdot 10^3 \text{ Ом};$$

$$R5 = R6 = \frac{T_{и2}}{C2} = \frac{0,13}{10^{-5}} = 13 \cdot 10^3 \text{ Ом}.$$

Передаточная функция замкнутого контура скорости

$$W_{сз}(p) = \frac{1/k_{oc}}{T_{\mu 2}^2 p^2 + 2T_{\mu 2} p + 1}. \quad (6.15)$$

Погрешность системы с ПИ-регулятором в статике определяется погрешностью задатчика, регулятора и датчика скорости. Погрешностью задатчика при его питании от высокостабильного источника можно пренебречь. Погрешность тахогенератора $\gamma_{тг} = 0,02$. Погрешность регулятора обусловлена температурным дрейфом нуля операционного усилителя

$$\begin{aligned} \gamma_{рег} &= \frac{U_{др}}{k_{oc} \omega_{дн}} = \frac{1}{k_{oc} \omega_{дн}} \cdot \left(\frac{dU_{см}}{d\tau} \cdot \Delta\theta + \frac{dI_{см}}{d\tau} \cdot \Delta\theta \cdot R5 \right) = \\ &= \frac{1}{0,1 \cdot 104,7} (20 \cdot 10^{-6} \cdot 30 + 30 \cdot 10^{-9} \cdot 30 \cdot 13 \cdot 10^{-3}) = 0,0016, \end{aligned}$$

где $\Delta\theta = 30^\circ \text{C}$ – расчетное приращение температуры.

Расчетная погрешность САУ скоростью вентилятора

$$\gamma = \gamma_{рег} + \gamma_{тг} = 0,0016 + 0,02 = 0,0216$$

меньше заданной величины $\gamma_3 = \Delta\omega_{д}^* = 0,0225$.

6.9. Принципиальная схема САУ скоростью электродвигателя

Упрощенная принципиальная схема двухконтурной САУ скоростью вращения электродвигателя вентилятора представлена на рис. 6.14.

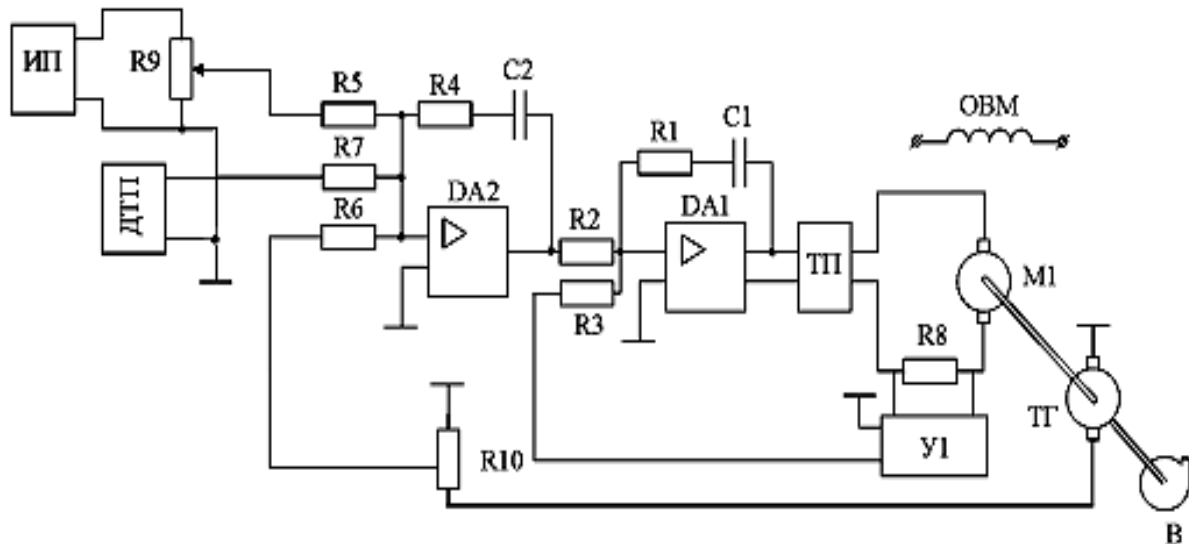


Рис. 6.14.

6.10. САУ температурой отжига полосы

Дополнив схему (рис. 6.1) регулятором, датчиком толщины полосы, электроприводом вентилятора, получим структурную схему САУ температурой отжига полосы (рис. 6.15).

Канал работает следующим образом. При увеличении толщины полосы $\Delta h(p)$ будут последовательно увеличиваться $\Delta \omega_d^*(p)$, $\Delta \alpha_1^*(p)$ и $\Delta \theta(x, p)$. А при уменьшении $\Delta h(p)$ соответственно будут уменьшаться $\Delta \omega_d^*(p)$, $\Delta \alpha_1^*(p)$ и $\Delta \theta(x, p)$. В результате этого участки разной толщины будут нагреваться до одной и той же температуры.

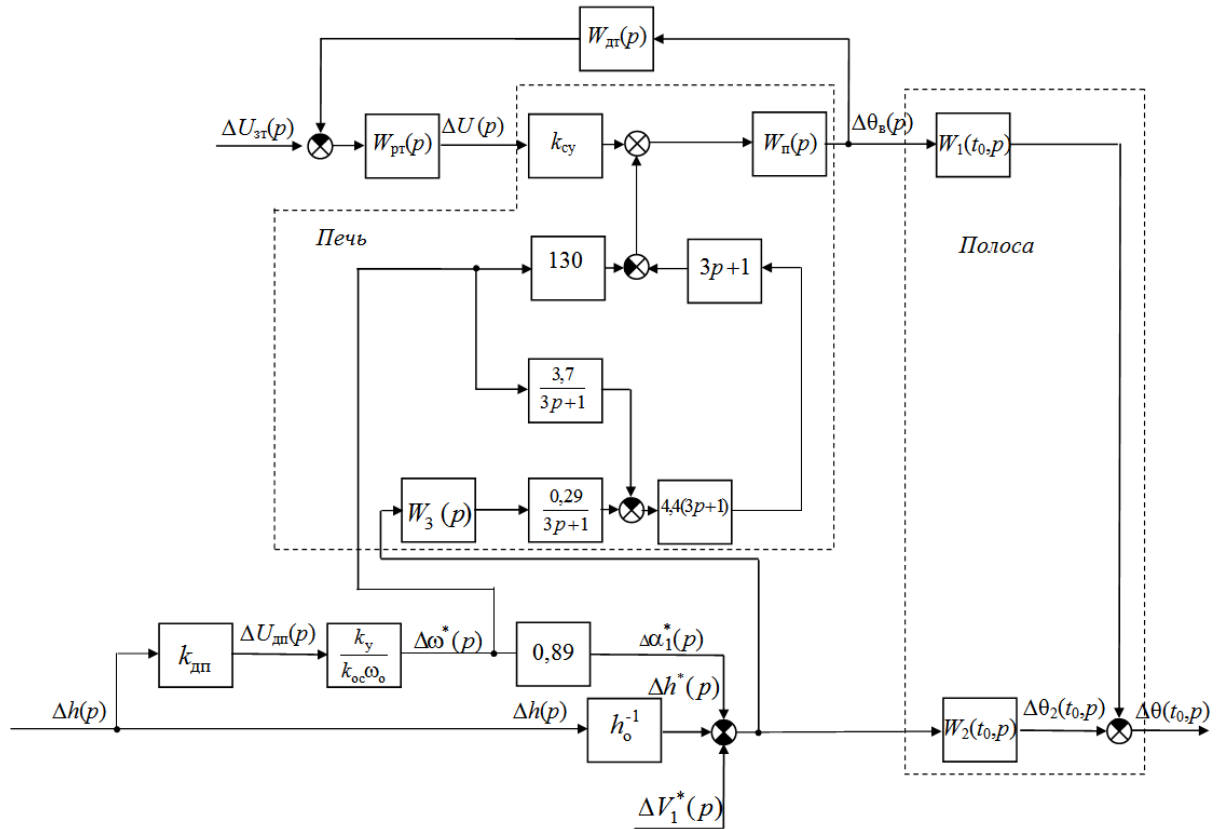


Рис. 6.15.

Настройка канала производится из условия обеспечения инвариантности системы к изменению толщины полосы, т. е.

$$\Delta\alpha_1^*(p) = \Delta h^*(p),$$

или

$$\Delta h(p) \cdot \frac{k_{дп} k_y W_{сз}(p) k_{ск}}{\omega_{од}} = \frac{\Delta h(p)}{h_0}. \quad (6.16)$$

Так как время пребывания элементарного участка полосы в одной зоне $t_0 = 114,7$ с намного больше времени переходного процесса электропривода вентилятора

$$t_{пу} = 4,1T_{\mu 2} = 4,1 \cdot 0,04 = 0,164 \text{ с},$$

то инерционностью электропривода (6.15) можно пренебречь.

Тогда передаточная функция замкнутого контура регулирования скорости

$$W_{зс}(p) = \frac{1}{k_{ос}}. \quad (6.17)$$

После подстановки (6.17) в (6.16) при $k_{\text{дп}} = 50 \frac{\text{В}}{\text{мм}}$ получим:

$$k_y = \frac{k_{\text{ос}} \omega_{\text{од}}}{h_0 k_{\text{дп}} k_{\text{ск}}} = \frac{0,1 \cdot 104,7}{1 \cdot 50 \cdot 0,89} = 0,235.$$

Сопротивление резистора

$$R7 = k_y R5 = 0,235 \cdot 13 \cdot 10^3 = 3 \text{ кОм}.$$

Упрощенная принципиальная схема САУ температурой отжига полосы с компенсационным каналом представлена на рис. 6.6, 6.14.

6.11. Динамические характеристики САУ температурой полосы

Модель системы (рис. 6.15), набранная в программном комплексе *Matlab – Simulink*, представлена на рис. 6.16.

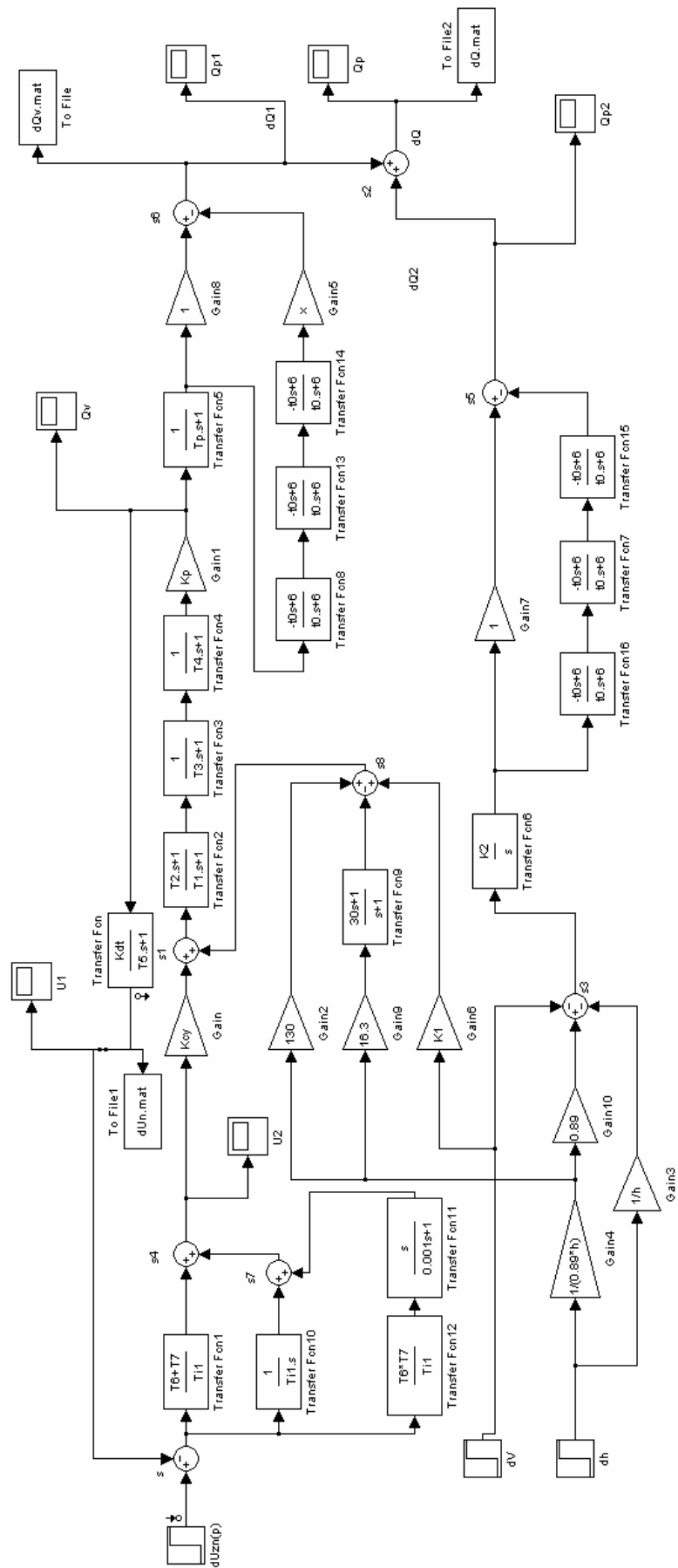
Звено запаздывания аппроксимировано рациональным выражением

$$e^{-pt_0} = \left(\frac{t_0 p + 6}{t_0 p + 6} \right)^3.$$

Регулятор температуры представлен физически реализуемой моделью

$$W_{\text{рт}}(p) = \frac{T_6 + T_7}{T_{\text{и1}}} + \frac{1}{T_{\text{и1}} p} + \frac{T_6 T_7 p}{T_{\text{и1}} (0,001 p + 1)}.$$

Частотные и переходные характеристики построены при следующих параметрах: $k_1 = 100$ ($\Delta V_1^* = 0,1$), $k_1 = 370$ ($\Delta V_1^* = 1,0$), $k_1 = 0,315$, $k_{\text{дт}} = 0,02$, $k_{\text{су}} = 100$, $k_{\text{п}} = 1,2$; $k_3 = e^{-\lambda_1} = 0,029$; $h_0 = 1,0$; $T_1 = 1070 \text{ с}$; $T_2 = 794 \text{ с}$; $T_3 = 550 \text{ с}$; $T_4 = 20 \text{ с}$; $T_5 = 10 \text{ с}$; $T_6 = 20 \text{ с}$; $T_7 = 57,5 \text{ с}$; $T_{\text{и1}} = 4,4 \text{ с}$; $T_{\text{п}} = 32,2 \text{ с}$; $t_0 = 115 \text{ с}$.



Puc. 6.16

На рис. 6.17 представлены частотные характеристики разомкнутой системы управления температурой горячего воздуха.

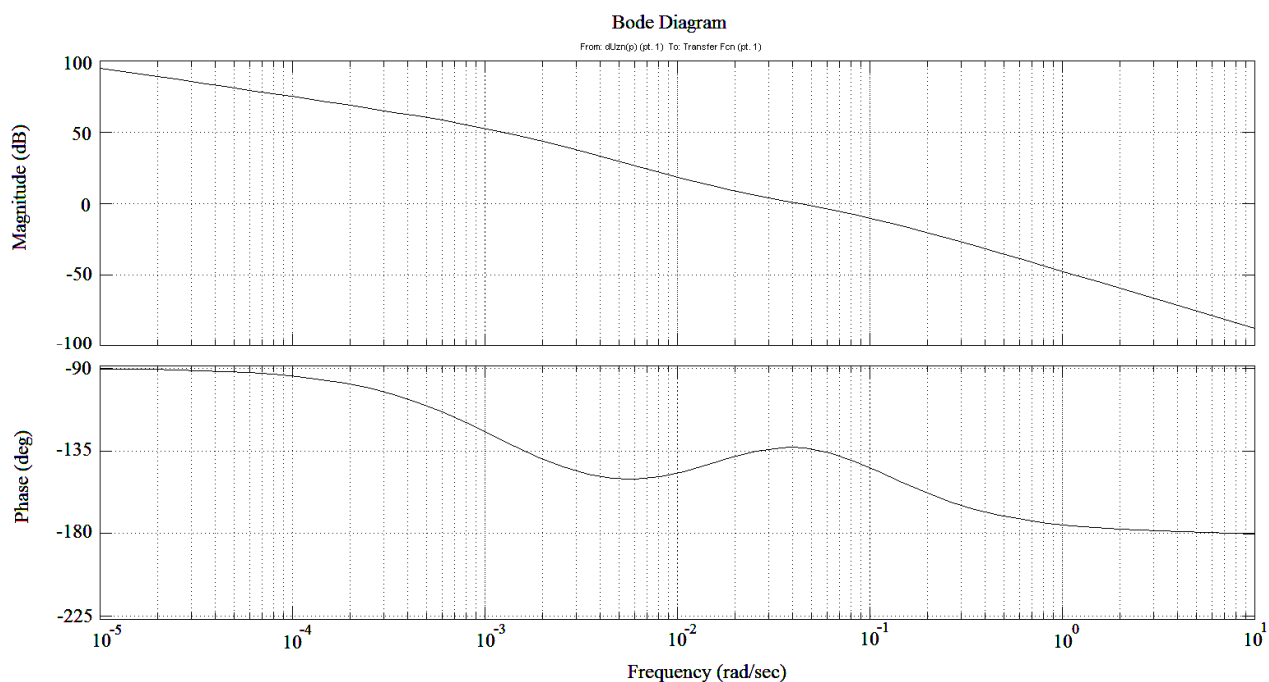


Рис. 6.17.

Переходные характеристики $\Delta\theta_B(t)$, $\Delta U_{oc}(t)$ по управляющему воздействию представлены на рис. 6.18. Эти переходные характеристики по возмущающим воздействиям $\Delta h(t)$ и $\Delta V(t)$ – на рис. 6.19 – 6.21.

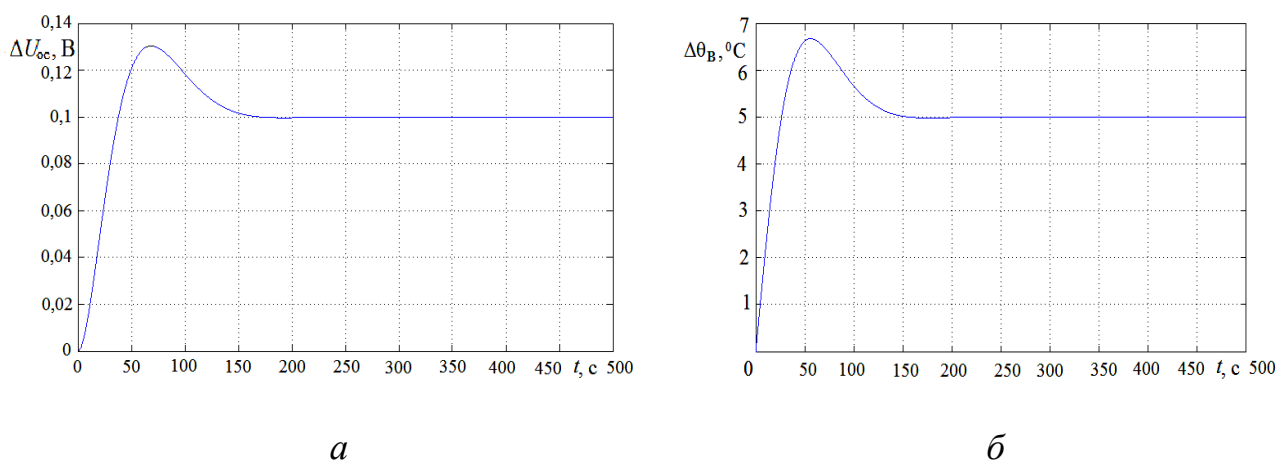
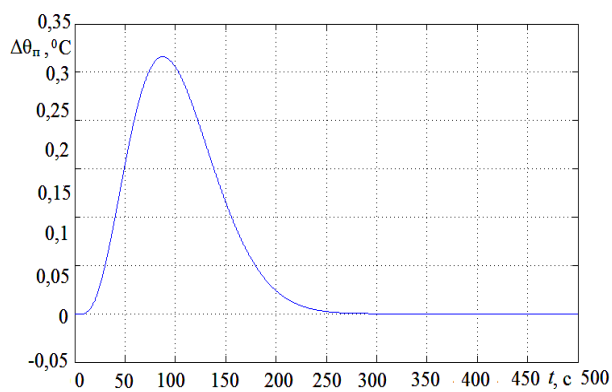
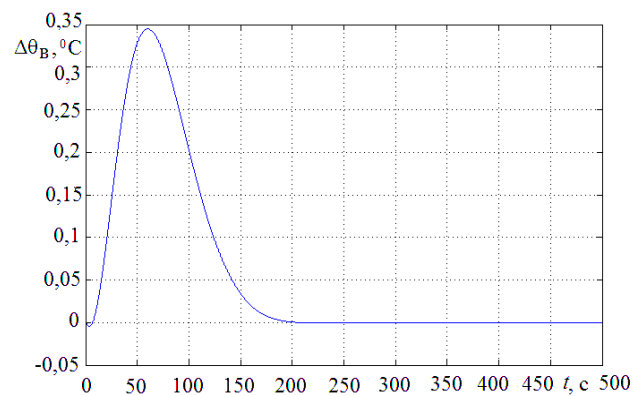


Рис. 6.18. Переходные характеристики $\Delta U_{oc}(t)$, $\Delta\theta_B(t)$ по управляющему воздействию: а – $\Delta U_{oc}(t)$; б – $\Delta\theta_B(t)$

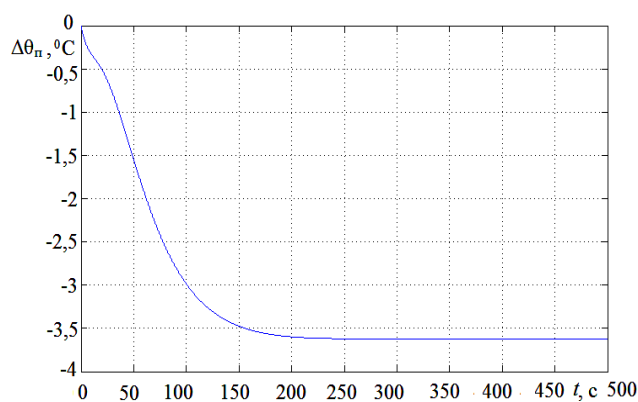


a

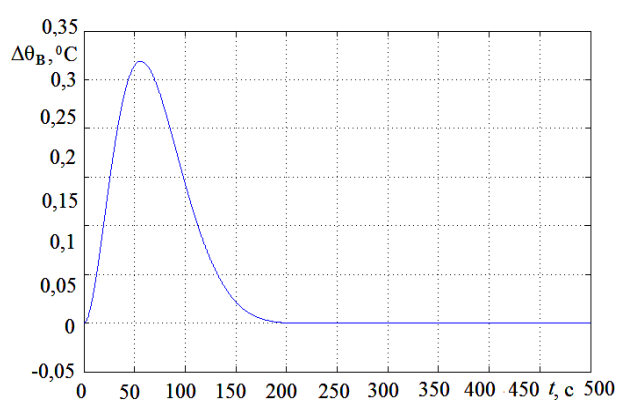


б

Рис. 6.19. Переходные характеристики $\Delta\theta_{\text{п}}(t)$, $\Delta\theta_{\text{в}}(t)$ при изменении толщины $\Delta h(t) = 0,1h$: *a* – $\Delta\theta_{\text{п}}(t)$; *б* – $\Delta\theta_{\text{в}}(t)$



a



б

Рис. 6.20. Переходные характеристики $\Delta\theta_{\text{п}}(t)$, $\Delta\theta_{\text{в}}(t)$ при изменении скорости $\Delta V_1(t) = 0,1V_1$: *a* – $\Delta\theta_{\text{п}}(t)$; *б* – $\Delta\theta_{\text{в}}(t)$

Из анализа переходных характеристик следует, что показатели качества системы ($\delta = 13\% < 20\%$, $t_y = 150 \text{ с} < 250 \text{ с}$, $\varphi(\omega_{\text{ср}}) = 45^\circ$) удовлетворяют условию задачи.

7. САУ НАТЯЖЕНИЕМ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КАБЕЛЯ НАПОЛЬНОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

7.1. Конструктивное исполнение механизма натяжения

Конструкция механизма натяжения с горизонтально и вертикально расположенными барабанами показаны на рис. 7.1 и 7.2. Механизмы натяжения расположены на электропогрузчиках ЭП 103 К. На рисунках показаны: 1 – электропогрузчик; 2 – настенный ящик; 3 – несущий стальной трос; 4 – подвесной кабель; 5 – каретка с токо-съемным устройством; 6 – промежуточный кабель; 7 – роlikовое и коромысловое направляющее устройство; 8 – барабан; 9 – электродвигатель; 10 – подставка.

Электропогрузчик с вертикальным кабелесборочным барабаном может потерять работоспособность при нахождении под тросом по причине возникновения спинингового эффекта когда неконтролируемо начинает сбрасываться кабель с барабана. Но при работе вне опасной зоны (порядка одного метра в ту и другую сторону от троса) из-за меньшего сопротивления трения кабеля о ролик электропогрузчик может дальше уходить от несущего троса при той же петли провиса.

Электропогрузчик с горизонтальным барабаном [15] (рис. 7.1) работает под тросом устойчиво, но имеет меньшую по длине зону обслуживания.

Из сравнения конструкций этих электропогрузчиков следует, что они состоят из одних и тех же основных элементов: электродвигателя, барабана, направляющего устройства, промежуточной и подвесной линии питания. Отличаются они только конструктивным исполнением направляющих устройств.

Поэтому их математические модели как объектов управления при работе вне опасной зоны будут идентичными.

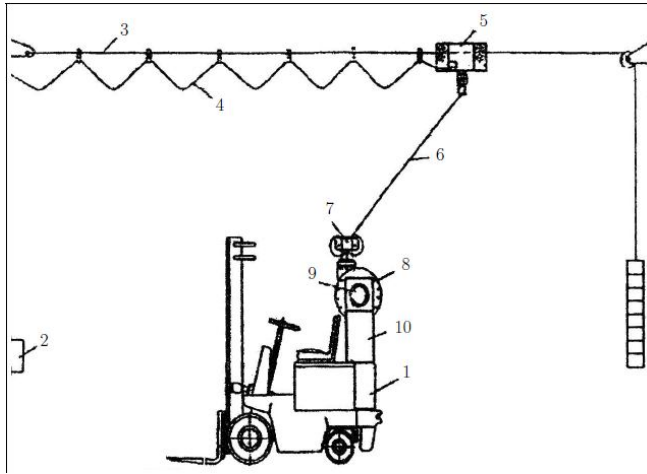


Рис. 7.1. Электропогрузчик с горизонтальным барабаном.

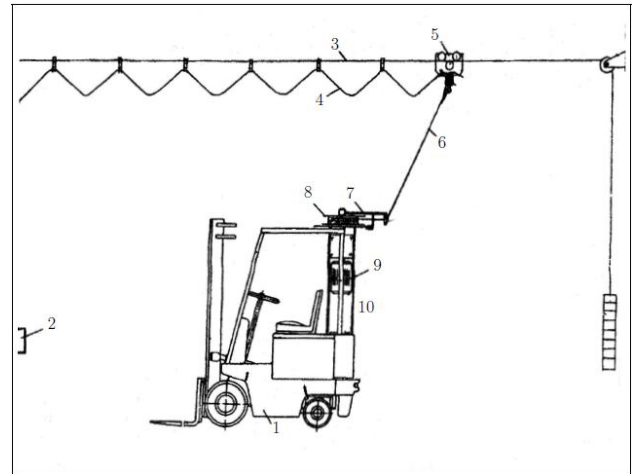


Рис. 7.2. Электропогрузчик с вертикальным барабаном.

7.2. Математическое описание механизма натяжения

Расчетная схема механической части электропогрузчика как двухмассового объекта управления (рис. 7.3) представлена массой m и жесткостью подвесной линии c_n , моментом инерции J электропривода и жесткостью промежуточной линии питания c_k .

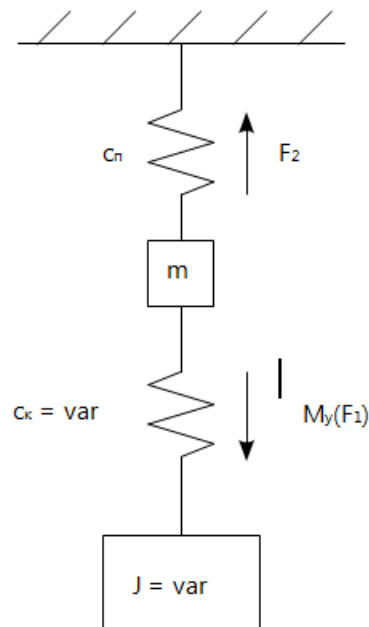


Рис 7.3. Расчетная схема двухмассовой механической части электропривода.

Расчетная схема подвесной линии как одномассового объекта,

состоящего из груза массой m , подвешенного на пружине жесткостью c_n , представлена на рис. 7.4.

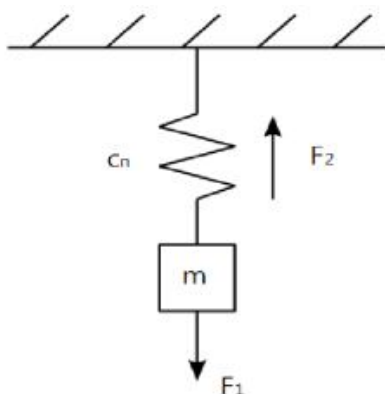


Рис 7.4 Расчетная схема одномассовой подвесной линии.

Составим уравнения движения, подвешенного на пружине груза массой m (рис. 7.4),

$$m \frac{d^2 \Delta x}{dt^2} + \beta \frac{d \Delta x}{dt} + c_n x = \Delta F_1,$$

где β – коэффициент вязкого трения, m – масса.

Операторное уравнение относительно перемещения груза имеет вид:

$$\Delta x(p) = \frac{c_n^{-1}}{T_3^2 p^2 + T_4 p + 1} \Delta F_1(p), \quad (7.1)$$

где $T_3 = \sqrt{\frac{m}{c_n}}$ – первая постоянная времени; $T_4 = \sqrt{\frac{\beta}{c_n}}$ – вторая постоянная времени.

Если обозначить $T_4 = 2\varepsilon_1 T_3$, то коэффициент демпфирования ε_1 можно выразить через коэффициент вязкого трения

$$\varepsilon_1 = \frac{\beta}{2c_n T_3} = \frac{\beta}{2\sqrt{mc_n}}.$$

Соотношению (7.1) соответствует структурная схема звена, которое представлено на рис. 7.5.

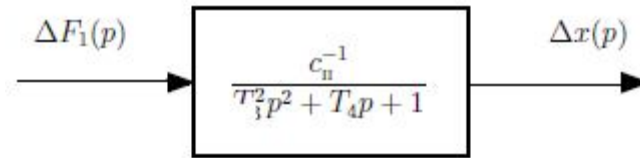


Рис. 7.5. Структурная схема звена.

Уравнение движения звена можно представить в другом виде

$$m \frac{d^2 \Delta x(t)}{dt^2} = \Delta F_1(t) - \Delta F_2(t),$$

выделив в нем скорость перемещения груза

$$\frac{d\Delta x(t)}{dt} = \Delta V_{\text{н}}(t),$$

и упругую силу

$$\Delta F_2(t) = \beta \frac{d\Delta x(t)}{dt} + c_{\text{н}} \Delta x(t) = \beta \Delta V_{\text{н}}(t) + c_{\text{н}} \int_0^t \Delta V_{\text{н}}(t) dt.$$

Эти уравнения можно представить и в операторном виде:

$$\begin{aligned} \Delta V_{\text{н}}(p) &= \frac{1}{mp} (\Delta F_1(p) - \Delta F_2(p)); \\ \Delta F_2(p) &= \frac{c_{\text{н}}(1 + T_4 p)}{p} \Delta V_{\text{н}}(p). \end{aligned} \quad (7.2)$$

Так как

$$\Delta x(p) = \frac{1}{p} \Delta V_{\text{н}}(p), \quad (7.3)$$

то

$$\Delta F_2(p) = c_{\text{н}}(1 + T_4 p) \Delta x(p). \quad (7.4)$$

Уравнениям (7.1) – (7.4) соответствует развернутая структурная схема (рис. 7.6) с выходными переменными $\Delta V_{\text{н}}(p)$, $\Delta x(p)$ и $\Delta F_2(p)$.

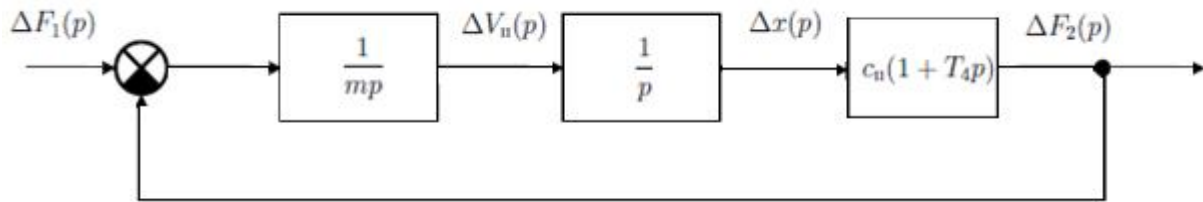


Рис 7.6. Первая структурная схема звена.

Операторные уравнения (7.1), (7.3) и (7.4) позволяют составить вторую развернутую структурную схему звена эквивалентную первой схеме, которая представлена на рис. 7.7.

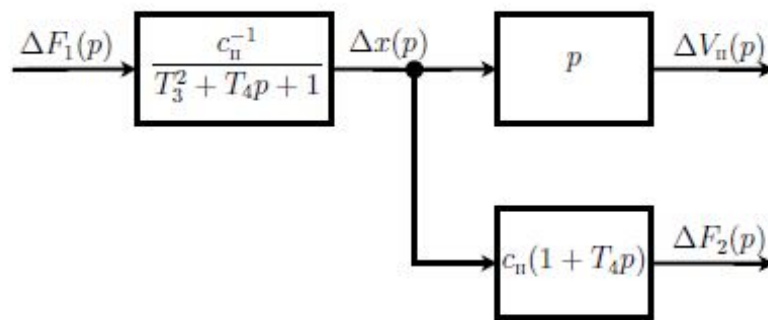


Рис 7.7. Вторая структурная схема звена.

Более удобной в работе является структурная схема, представленная на рис. 7.6. В некоторых случаях более предпочтительной является вторая структурная схема. Например, из этой схемы непосредственно вытекает, что в установившемся состоянии упругая сила равна внешней, т. е.

$$\Delta F_2 = \Delta F_1 = c_n \Delta x.$$

Уравнение движения механической части электропривода натяжения линии питания как одномассового электропривода по аналогии с уравнением движения подвешенного на пружине груза можно представить в виде:

$$J \frac{\Delta \omega(t)}{dt} = \Delta M(t) - \Delta M_y(t),$$

$$\Delta M_y(t) = R_6 \left(\beta \Delta V_k(t) + c_k \int_0^t \Delta V_k(t) dt \right),$$

$$\Delta V_{\kappa}(t) = R_{\delta} \Delta \omega(t),$$

где $\Delta \omega(t)$ – угловая скорость барабана; $\Delta V_{\kappa}(t)$ – линейная скорость намотанного барабана, а точнее скорость перемещения наматываемого кабеля; c_{κ} – жесткость кабельной линии; β – коэффициент вязкого трения; J – момент инерции электропривода.

Эти уравнения после их преобразования и приведения к операторному виду принимают вид:

$$\Delta \omega(p) = \frac{1}{Jp} (\Delta M(p) - \Delta M_y(p));$$

$$\Delta M_y(p) = c_{\kappa} R_{\delta} \left(\frac{T_2 p + 1}{p} \right) \Delta V_{\kappa}(p),$$

$$\Delta V_{\kappa}(p) = R_{\delta} \Delta \omega(p),$$

где $T_2 = \frac{\beta}{c_{\kappa}}$ – постоянная времени упругого звена.

Этим уравнениям соответствует структурная схема (рис 7.8)

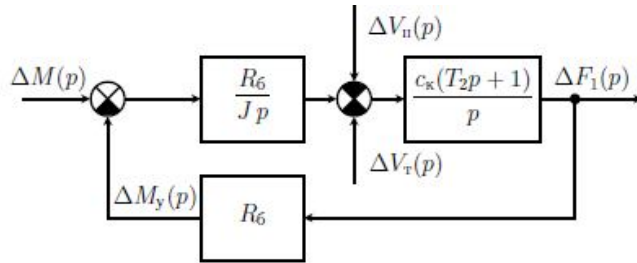


Рис 7.8. Структурная схема одномассовой механической части электропривода.

Из рис. 7.8 можно найти зависимость упругого момента от момента электродвигателя:

$$\Delta M_y(p) = \frac{T_2 p + 1}{T_1^2 p^2 + 2\varepsilon_2 T_1 p + 1} \Delta M(p),$$

где

$$T_1 = \frac{1}{R_{\delta}} \sqrt{\frac{J}{c_{\kappa}}}; \quad \varepsilon_2 = \frac{\beta_{2\tau}}{2c_{\kappa} T_1} = \frac{\beta_{2\tau} R_{\delta}}{2\sqrt{c_{\kappa} J}}.$$

Объединив две структурные схемы, представленные на рис. (7.6)

и рис. (7.8) получим структурную схему механической части системы натяжения как двухмассового элемента электропривода (рис. 7.9).

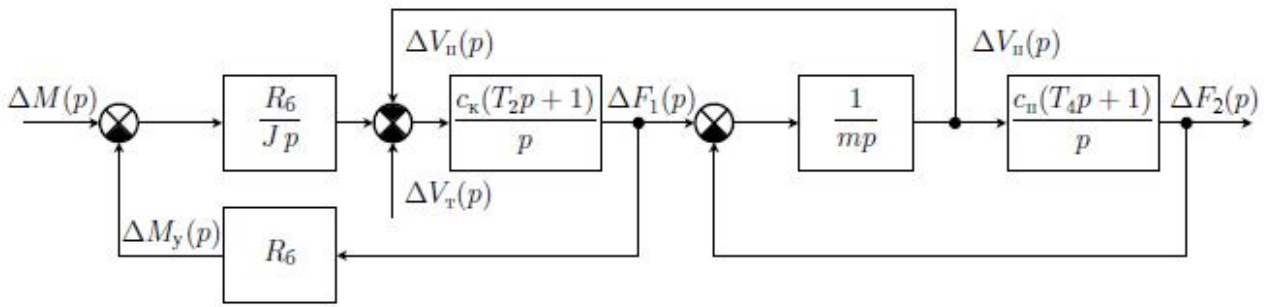


Рис. 7.9. Структурная схема двухмассовой механической части электропривода.

Математическая модель двухмассовой механической части электропривода представлена следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{J}{R_6} p \Delta V_{\kappa}(p) &= \Delta M(p) - R_6 \Delta F_1(p); \\ \Delta F_1(p) &= (\Delta V_{\kappa}(p) - V_{\tau}(p) - V_{\pi}(p)) \frac{c_{\kappa}(1 + T_2 p)}{p}; \\ m p \Delta V_{\pi}(p) &= \Delta F_1(p) - \Delta F_2(p); \\ \Delta F_2(p) &= \Delta V_{\pi}(p) \frac{c_{\pi}(1 + T_4 p)}{p}, \end{aligned}$$

где $\Delta V_{\kappa}(p)$, $\Delta V_{\pi}(p)$, $\Delta V_{\tau}(p)$ – линейные скорости промежуточного кабеля, подвесной линии, транспортного средства; $\Delta F_1(p)$ – упругая сила, приложенная к подвесной линии.

В качестве регулируемых переменных могут быть приняты: момент электродвигателя $\Delta M(p)$; силы $\Delta F_1(p)$, $\Delta F_2(p)$; скорость изменения упругих сил $p \Delta F_1(p)$, $p \Delta F_2(p)$ и отклонение стрелы провиса кабеля. Основным возмущающим воздействием является изменение скорости передвижения транспортного средства $\Delta V_{\tau}(p)$.

При движении транспортного средства к промежуточному кабелю будет приложена сила, которую можно разложить на продольную и поперечную составляющие. Продольная составляющая приклады-

вается к каретке, под действием которой каретка будет перемещаться в ту или другую сторону по несущему канату. А под действием поперечной силы кабель будет сматываться с барабана если транспортное средство перемещается от подвесной линии. При движении к подвесной линии кабель наматывается на барабан под действием этой силы, величина которой определяется моментом электродвигателя натяжения.

Пользуясь известными методами преобразования структурных схем получим из схемы (рис. 7.9) операторные уравнения относительно упругих сил. Изображение выходной переменной $\Delta F_2(p)$ по управляющему воздействию $\Delta M(p)$:

$$\Delta F_2(p) = \frac{D_1(p)}{R_5 D_2(p)} \Delta M(p), \quad (7.6)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta D_1(p) &= (1 + T_2 p)(1 + T_4 p), \\ \Delta D_2(p) &= T_1^2 T_3^2 p^4 + [T_1^2 T_4 + T_2 (T_3^2 + T_5^2)] p^3 + \\ &+ \left(\frac{1}{\alpha} T_1^2 + T_3^2 + T_2 T_4 \right) p^2 + (T_2 + T_4) p + 1, \\ T_5 &= \sqrt{\frac{c_k}{c_{\Pi}}} T_1, \quad \alpha = \frac{c_{\Pi}}{c_{\Pi} + c_k}. \end{aligned}$$

Из совместного рассмотрения уравнения (7.6) и соотношений

$$\Delta F_2(p) = \frac{1 + T_4 p}{A_1(p)} \Delta F_1 p,$$

$$A_1(p) = T_3^2 p^2 + T_4 p + 1$$

получим изображение зависимости силы натяжения промежуточного кабеля от момента двигателя

$$\Delta F_1(p) = \frac{(1 + T_2 p) A_1(p)}{R_6 D_2(p)} \Delta M(p). \quad (7.7)$$

Из анализа соотношений (7.6), (7.7) следует, что в установившемся режиме упругие силы ΔF_1 и ΔF_2 пропорциональны моменту двигателя.

7.3. Электропривод механизма натяжения с оос по току якоря

Объединив структурные схемы, представленные на рис. 3.22, рис. 7.9, и дополнив их схемами тиристорного преобразователя, регулятора и датчика тока якоря, получим структурную схему электропривода механизма натяжения с ООС по току якоря [16] (рис. 7.10).

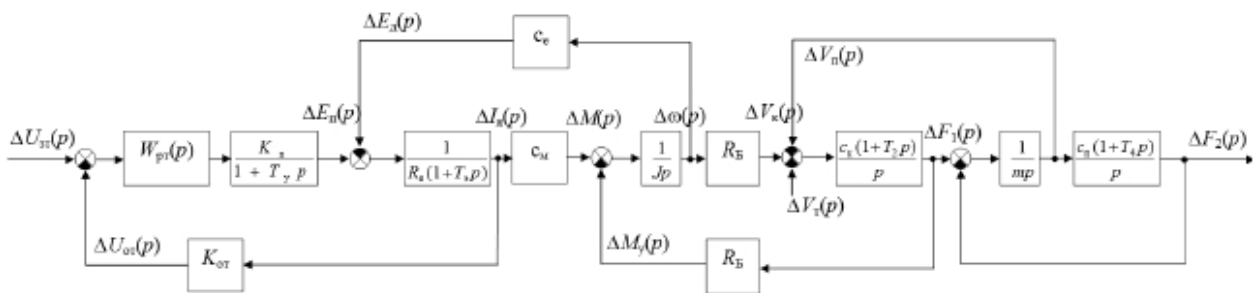


Рис. 7.10. Структурная схема электропривода механизма натяжения с ООС по току якоря.

Эту структурную схему можно представить более упрощенной схемой (рис. 7.11).

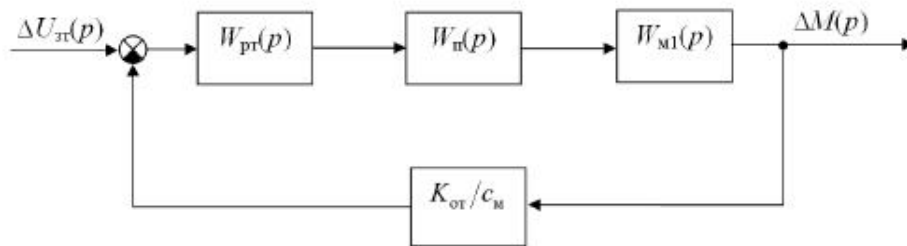


Рис. 7.11. Упрощенная схема электропривода натяжения.

На этой схеме:

$$\Delta W_{\text{м1}}(p) = \frac{c_{\text{м}} \left[\alpha T_1^2 T_3^2 p^4 + ((\alpha T_4 + \beta T_4) T_1^2 + T_2 T_3^2) p^3 + (T_1^2 + T_3^2 + T_2 T_4) p^2 + (T_2 + T_4) p + 1 \right]}{\alpha R_{\text{я}} D_1(p)},$$

где

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{c_{\text{к}}}{c_{\text{п}} + c_{\text{к}}}, \\ D_3(p) &= T_3^2 T_6 T_9 T_{\text{м}} p^5 + \left[T_6 T_3^2 T_{\text{м}} + T_6 T_{\text{м}} \left(T_4 + \frac{\beta}{\alpha} T_2 \right) T_9 + T_2 T_3^3 T_9 \right] p^4 + \\ &+ \left\{ T_6 \left[T_3^2 + \frac{T_9 T_{\text{м}}}{\alpha} + \left(T_4 + \frac{\beta}{\alpha} T_2 - 2 \right) T_{\text{м}} \right] + T_2 T_3 T_4 + T_3^2 (T_2 + T_9) \right\} p^3 + \\ &+ \left[\left(T_6 \left(T_4 + \frac{\beta}{\alpha} T_2 \right) + \frac{T_{\text{м}}}{\alpha} \right) + T_3^2 + T_2 T_9 + (T_2 + T_9) T_4 \right] p^2 + \\ &+ \left(\frac{T_6}{\alpha} + T_2 + T_4 + T_9 \right) p + 1, \\ T_6 &= \frac{c_{\text{е}} c_{\text{м}}}{c_{\text{к}} R_{\text{я}} R_{\text{б}}^2}. \end{aligned}$$

Ориентируясь на типовые настройки контура регулирования, можно найти передаточную функцию регулятора

$$W_{\text{рт}}(p) = \frac{c_{\text{м}} W_{\text{ж}}(p)}{k_{\text{от}} W_{\text{п}}(p) W_{\text{м1}}(p)}.$$

При настройке на модульный оптимум

$$W_{\text{ж}}(p) = \frac{1}{a T_{\mu} p (1 + T_{\mu} p)}, \quad a = 2$$

требуется регулятор с трудно реализуемой передаточной функцией

$$W_{\text{рт}}(p) = \frac{\alpha R_{\text{я}} D_3(p)}{a k_{\text{н}} k_{\text{от}} T_{\mu} p \left[\alpha T_1^2 T_3^2 p^4 + ((\alpha T_4 + \beta T_2) T_1^2 + T_2 T_3^2) p^3 + (T_1^2 + T_3^2 + T_2 T_4) p^2 + (T_2 + T_4) p + 1 \right]}.$$

Обычно, при стандартной настройке контура регулирования тока якоря пренебрегают действием отрицательной обратной связи по ЭДС двигателя. Регулятор тока в этом случае получается пропорционально-интегральным с передаточной функцией

$$W_{\text{пр}}(p) = \frac{T_{\text{э}}p + 1}{T_{\text{ит}}p},$$

где

$$T_{\text{ит}} = \frac{\alpha k_{\text{п}} k_{\text{от}}}{R_{\text{я}}} T_{\mu}.$$

Благодаря этому звену электромеханическая характеристика электропривода при работе на упор будет абсолютно мягкой. Поэтому в установившемся режиме момент двигателя не будет зависеть от его скорости, а эта зависимость в динамике значительно ослабляет демпфирование электродвигателем механических колебаний.

7.4. Динамические характеристики электропривода при изменении задающего воздействия

Для определения передаточных функций по задающему воздействию структурную схему (рис. 7.10) представим в более удобном виде (рис. 7.12).

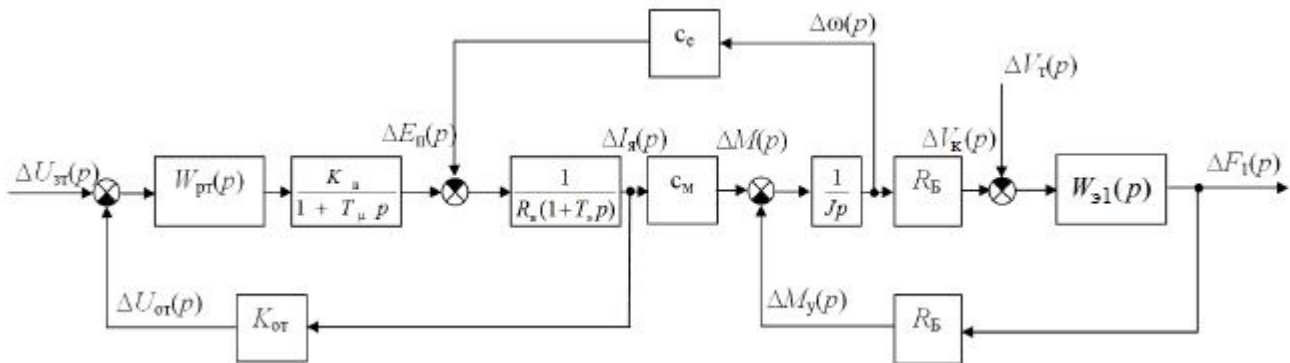


Рис. 7.12. Преобразованная структурная схема.

На структурной схеме обозначено:

$$W_{\text{эл}}(p) = \frac{\alpha c_{\text{к}} A_1(p)(1 + T_2 p)}{p A_2(p)};$$

$$A_2(p) = \alpha T_3^2 p^2 + (\alpha T_4 + \beta T_2) p + 1.$$

Передаточные функции разомкнутого и замкнутого контуров регулирования тока с учётом действия связи по упругому моменту принимают вид:

$$W_{\text{раз.т}}(p) = \frac{D_2(p)}{\alpha T_\mu p (1 + T_\mu p) D_3 p};$$

$$W_{3.т}(p) = \frac{D_2(p)}{D_4(p)}. \quad (7.8)$$

где

$$D_1(p) = (1 + T_2 p)(1 + T_4 p);$$

$$D_2(p) = T_1^2 T_3^2 p^4 + [T_1^2 T_4 + T_2 (T_3^2 + T_5^2)] p^3 +$$

$$+ \left(\frac{1}{\alpha} T_1^2 + T_3^2 + T_2 T_4 \right) p^2 + (T_2 + T_4) p + 1;$$

$$D_4(p) = \sum_{i=0}^7 b_i p^i;$$

$$b_0 = 1; \quad b_1 = \alpha T_\mu + T_2 + T_4; \quad b_2 = \alpha T_\mu^2 + \alpha T_\mu (T_2 + T_4 + T_6) + T_{32}^2;$$

$$b_3 = T_{31}^3 + \alpha T_\mu^2 (T_2 + T_4 + T_6) + \alpha T_\mu \left[T_{32}^2 + T_9 (T_2 + T_4) + T_6 \left(T_4 + \frac{c_k}{c_n} T_2 \right) \right];$$

$$b_4 = T_1^3 T_3^2 + \alpha T_\mu^2 \left[T_{32}^2 + T_9 (T_2 + T_4) + T_6 \left(T_4 + \frac{c_k}{c_n} T_2 \right) \right] + \alpha T_\mu p (T_{31}^3 + T_9 T_{32}^2 + T_6 T_3^2);$$

$$b_5 = \alpha T_\mu (T_1^2 T_3^2 + T_9 T_{31}^3) + \alpha T_\mu (T_{31}^3 + T_{32}^2 T_9 + T_6 T_3^2);$$

$$b_6 = \alpha T_\mu T_1^2 T_3^2 T_9 + \alpha T_\mu^2 (T_1^2 T_3^2 + T_9 T_{31}^3); \quad b_7 = \alpha T_\mu^2 T_1^2 T_3^2 T_9;$$

$$T_{31}^3 = T_1^2 T_4 + T_2 (T_3^2 + T_5^2); \quad T_{32}^2 = \frac{1}{\alpha} T_1^2 + T_2 T_4 + T_3^2.$$

Запишем уравнение относительно задающего воздействия и скорости перемещения промежуточного кабеля

$$\Delta V_k(p) = c_m W_{3т}(p) \frac{\frac{1}{Jp}}{1 + \frac{\alpha c_k R_6^2 A_1(p)(1 + T_2 p)}{Jp A_2(p)}} \Delta U_{3т}(p).$$

Поставив в полученное уравнение выражение (7.8), получим

$$\Delta V_{\kappa}(p) = \frac{pc_{\text{м}}A_4(p)}{\alpha c_{\kappa}k_{\text{от}}R_{\text{б}}D_2(p)}\Delta U_{\text{зт}}(p). \quad (7.9)$$

Составим уравнение для первой упругой силы

$$\Delta F_1(p) = \Delta V_{\kappa}(p)W_{\text{эл}}(p). \quad (7.10)$$

Из совместного рассмотрения соотношений (7.9) и (7.10), получим

$$\Delta F_1(p) = \frac{c_{\text{м}}A_1(p)(1+T_2p)}{k_{\text{от}}R_{\text{б}}D_2(p)}\Delta U_{\text{зт}}(p). \quad (7.11)$$

Вторую упругую силу можно выразить через первую

$$\Delta F_2(p) = \frac{1+T_4p}{A_1(p)}\Delta F_1(p).$$

С учетом соотношения (7.11), получим

$$\Delta F_2(p) = \frac{c_{\text{м}}(1+T_2p)(1+T_4p)}{k_{\text{от}}R_{\text{б}}D_4(p)}\Delta U_{\text{зт}}(p). \quad (7.12)$$

Выразим скорость движения подвесной линии через вторую упругую силу

$$\Delta V_{\text{п}}(p) = \frac{p}{c_{\text{п}}(1+T_4p)}\Delta F_2(p).$$

Подставив в полученное выражение соотношение (7.12), получим

$$\Delta V_{\text{п}}(p) = \frac{c_{\text{м}}p(1+T_2p)}{c_{\text{п}}k_{\text{от}}R_{\text{б}}D_4(p)}\Delta U_{\text{зт}}(p). \quad (7.13)$$

Момент электродвигателя связан с задающим сигналом соотношением

$$\Delta M(p) = \frac{c_{\text{м}}D_2(p)}{k_{\text{от}}D_4(p)}\Delta U_{\text{зт}}(p). \quad (7.14)$$

Как следует из соотношений (7.11), (7.12), (7.14) в установившемся режиме момент двигателя и упругие силы будут пропорциональны величине задающего сигнала. При изменении задания по линейно возрастающей программе эти переменные будут отрабатываться с возрастающей ошибкой. Скорости перемещения промежуточного кабеля (7.9) и подвесной линии (7.13) в установившемся режиме бу-

дуг пропорциональны скорости изменения задающего воздействия.

Графики оригиналов изображений (7.9), (7.11), (7.12), (7.14) были построены для различных управляющих воздействий с помощью программного комплекса Matlab-Simulink для максимальных ($R_0 = 0,17$ м, $J = 0,177$ кг·м², $c_k = 10^4$ Н/м, $l = 1$ м, $m = 9$ кг, $c_{\Pi} = 420$ Н/м) и минимальных ($R_0 = 0,1$ м, $J = 0,0324$ кг·м², $c_k = 48$ Н/м, $l = 25$ м, $m = 9$ кг, $c_{\Pi} = 420$ Н/м) параметров механизма натяжения (ПМН).

При максимальных параметрах транспортное средство находится под несущим тросом, а при минимальных – на максимальном удалении от него.

В качестве управляющих и возмущающих воздействий используются (рис. 7.13):

ступенчатое

$$x_{\text{BX1}} = \begin{cases} 0, & \text{при } t < 0 \\ 1, & \text{при } t \geq 0 \end{cases},$$

линейно-растущее

$$x_{\text{BX2}} = \frac{1}{T_{\text{и}}} t,$$

апериодическое

$$x_{\text{BX3}} = 1 - e^{-t/T_a}$$

и колебательно-затухающее

$$x_{\text{BX4}} = 1 - e^{-\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{t}{T_k}} \left(\cos \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{t}{T_k} + \sin \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{t}{T_k} \right).$$

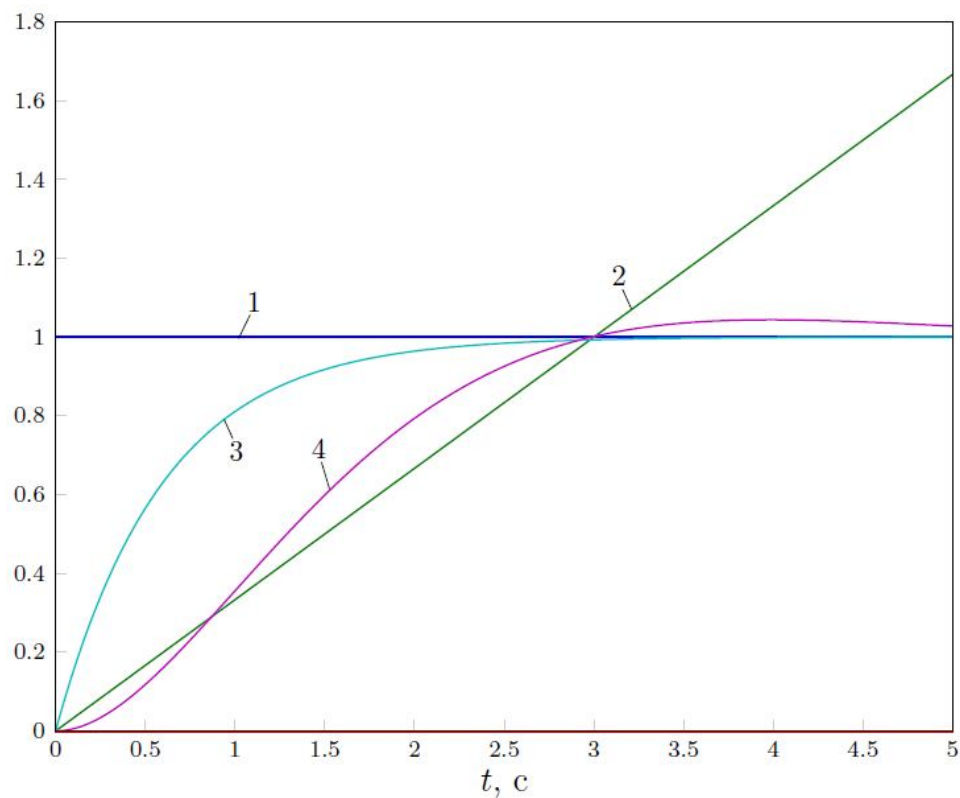


Рис 7.13. Входные воздействия: 1 – $x_{\text{вх1}}(t)$; 2 – $x_{\text{вх2}}(t)$; 3 – $x_{\text{вх3}}(t)$; 4 – $x_{\text{вх4}}(t)$.

Модель преобразованной системы (рис. 7.10), набранной в программном комплексе Matlab-Simulink, представлена на рис. 7.14.

Переходные характеристики при различных управляющих воздействиях в системе с ООС по току якоря представлены на рис. 7.15 – 7.16. На этих рисунках и далее переменные имеют следующую размерность: $I_{\text{я}} - \text{А}$; F_1 и $F_2 - \text{Н}$; $V_{\text{т}}, V_{\text{п}} - \text{м/с}$; $\omega - 1/\text{с}$; $U - \text{В}$.

Изменение параметров механизма натяжения существенно оказывает влияние на демпфирование электромеханических колебаний. С удалением транспортного средства от подвесной линии процесс становится (из-за уменьшения жесткости c_k) менее колебательным.

В электроприводе с ООС по току якоря имеется возможность изменять задающее воздействие по требуемой программе. Из сравнения характеристик (рис. 7.15 – 7.16) по различным воздействиям следует, что наилучшее демпфирование колебаний происходит при изменении задания по колебательно-затухающей программе.

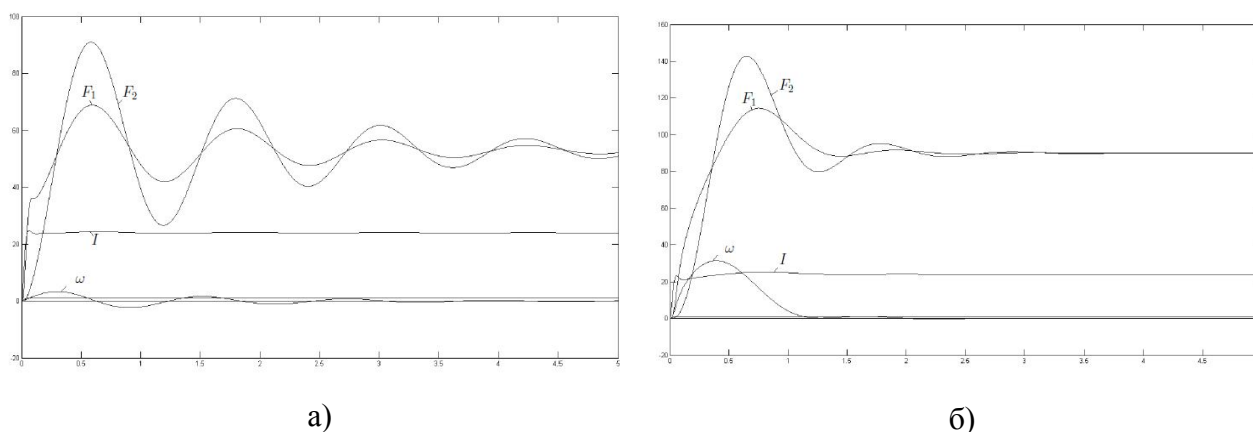


Рис. 7.15. Переходные характеристики по управляющему воздействию в системе с ООС по току якоря: а) – при максимальных ПМН; б) – при минимальных ПМН.

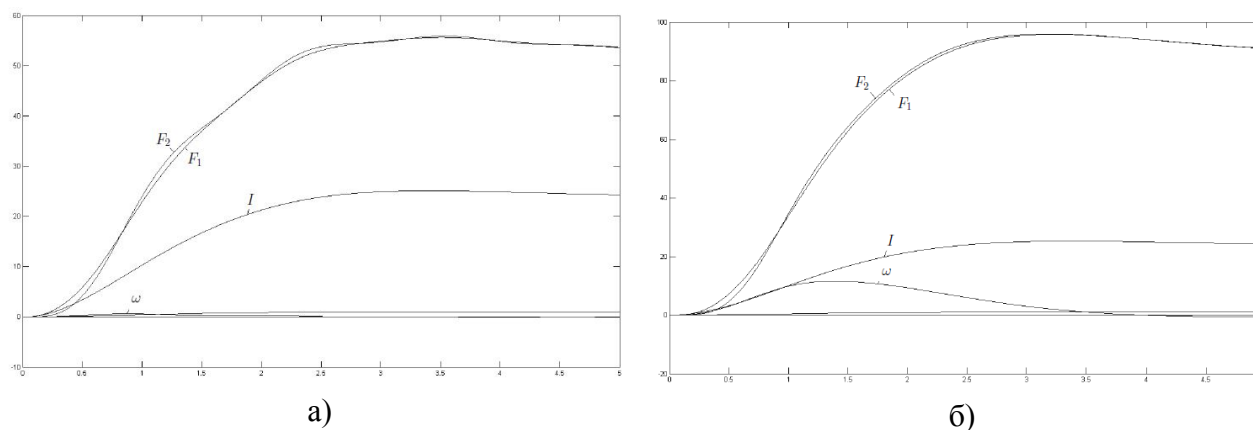


Рис 7.16. Переходные характеристики при изменении задания по колебательно-затухающей

зависимости в системе с ООС по току якоря: а) – при максимальных ПМН; б) – при минимальных ПМН.

7.5. Динамические характеристики электропривода при изменении скорости передвижения по заданным программам

Исследуем влияние скорости транспортного средства на динамические характеристики электропривода. С этой целью структурную схему представим в виде, изображенном на рис. 7.17.

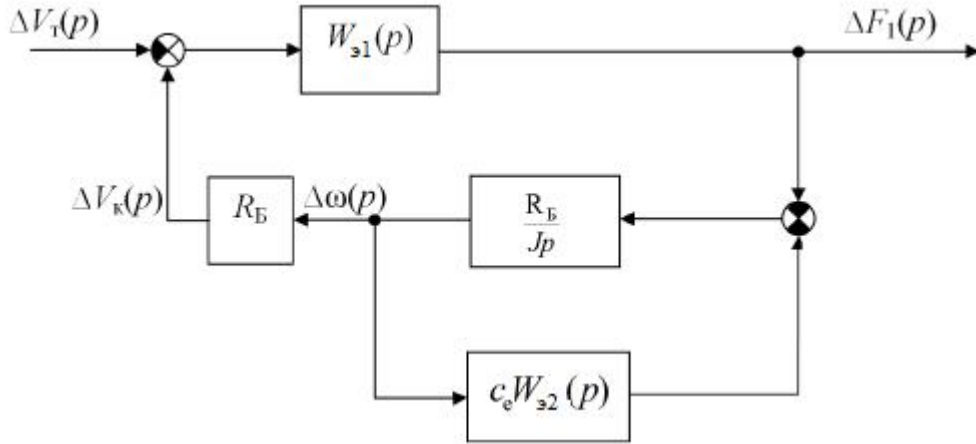


Рис. 7.17. Преобразованная структурная схема для определения $\Delta F_1(p)/\Delta V_\tau(p)$.

На основании этой структурной схемы можно записать следующие уравнения:

$$\Delta F_1(p) = -\Delta V_\tau(p)W_{31}(p) + \Delta\omega(p)R_\text{Б}W_{31}(p); \quad (7.15)$$

$$\Delta\omega(p) = -\frac{R_\text{Б}}{Jp}\Delta F_1(p) - c_\text{е}(p)W_{32}(p)\frac{R_\text{Б}}{Jp}\Delta\omega(p), \quad (7.16)$$

где

$$\Delta W_{32}(p) = \frac{c_\text{м}aT_\mu p(T_\mu p + 1)}{R_\text{Б}R_\text{я}A_3(p)(T_\text{э}p + 1)}; \quad (7.17)$$

$$A_3(p) = aT_\mu^2 p^2 + aT_\mu p + 1.$$

Из совместного рассмотрения соотношений (7.15) – (7.16) получим

$$\Delta F_1(p) = \frac{c_\text{е}c_\text{м}(aT_\mu + T_\text{м})p(T_2p + 1)A_1(p)A_4(p)}{R_\text{я}R_\text{Б}^2D_4(p)}\Delta V_\tau(p), \quad (7.18)$$

где

$$A_4(p) = \frac{aT_\mu^2 T_3 T_M}{T_M + aT_\mu} p^3 + \frac{aT_\mu T_M (T_3 + T_M)}{T_M + aT_\mu} p^2 + \frac{T_3 T_M + aT_\mu (T_M + T_\mu)}{T_M + aT_\mu} p + 1.$$

Выразим вторую упругую силу через первую

$$\Delta F_2(p) = \frac{1 + T_4 p}{A_1(p)} \Delta F_1(p).$$

Подставив в полученное выражение соотношение (7.18), получим

$$\Delta F_2(p) = \frac{c_e c_m (aT_\mu + T_M) p (1 + T_2 p) A_3(p)}{R_\text{я} R_\text{б}^2 D_4(p)} \Delta V_\text{т}(p). \quad (7.19)$$

Из соотношений (7.18), (7.19) следует, что в установившемся решении упругие силы пропорциональны величине ускорения транспортного средства.

Скорость подвесной линии можно выразить (рис. 7.17) через вторую упругую силу

$$\Delta V_\text{п}(p) = \frac{p}{c_\text{п} (1 + T_4 p)} \Delta F_2(p).$$

С учетом выражения (7.19) получим зависимость между скоростью транспортного средства и скоростью подвесной линии

$$\Delta V_\text{п}(p) = \frac{c_e c_m (aT_\mu + T_M) p^2 (1 + T_2 p) A_3(p)}{c_\text{п} R_\text{я} R_\text{б}^2 D_4(p)} \Delta V_\text{т}(p). \quad (7.20)$$

Из полученного выражения следует, что скорость подвесной линии в установившемся режиме пропорциональна первой производной от ускорения, а отклонение подвесной линии от положения равновесия пропорционально ускорению транспортного средства.

Для получения зависимости скорости перемещения кабеля от скорости транспортного средства структурную схему электропривода представим в виде, изображенном на рис. 7.18

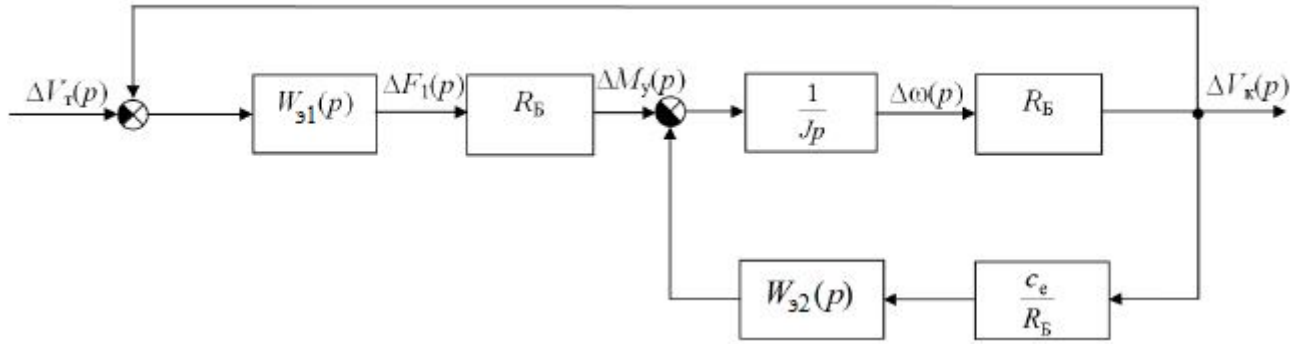


Рис 7.18. Структурная схема для определения $\Delta V_{\kappa}(p)/\Delta V_{\tau}(p)$

Из структурной схемы

$$\Delta V_{\kappa}(p) = -\frac{\frac{R_{\text{Б}}}{Jp}}{1 + \frac{c_e W_2(p)}{Jp}} \Delta F_1(p).$$

Подставив в полученное уравнение соотношение (3.15), получим

$$\Delta V_{\kappa}(p) = -\frac{R_{\text{Я}} R_{\text{Б}}^2 A_3(p)(1+T_3 p)}{c_e c_m (T_m + a T_{\mu}) p A_4(p)} \Delta F_1(p),$$

А с учетом (3.17) будем иметь

$$\Delta V_{\kappa}(p) = \frac{A_1(p) A_2(p)(1+T_3 p)(1+T_2 p)}{D_4(p)} \Delta V_{\tau}(p). \quad (7.21)$$

Из структурной схемы (рис. 7.18) можно найти зависимость момента двигателя от скорости транспортного средства

$$\Delta M(p) = \frac{c_e W_{310}(p)}{R_{\text{Б}}} \Delta V_{\tau}(p).$$

С учетом уравнения (7.21), получим

$$\Delta M(p) = -\frac{a c_e c_m T_{\mu} p (T_{\mu} p + 1)(T_2 p + 1) A_1(p)}{R_{\text{Я}} R_{\text{Б}}^2 D_4(p)} \Delta V_{\tau}(p). \quad (7.22)$$

Из полученной зависимости следует, что в установившемся режиме момент двигателя пропорционален ускорению транспортного средства. Поэтому при работе транспортного средства с большим ускорением электродвигатель должен развивать значительный момент, чтобы обеспечить необходимое натяжение, и, следовательно,

поддерживать величину стрелы провиса кабеля на заданном уровне.

Графики оригиналов изображений функций (7.18), (7.19), (7.20), (7.22) при изменении скорости транспортного средства (ТС) по различным программам для минимальных и максимальных параметров механизма натяжения представлены на рис. 7.19 – 7.20.

Из анализа этих характеристик можно заключить, что при работе транспортного средства на складах с плоскими полами (скорость может меняться скачком) возникают значительные кратковременные усилия (рис. 7.19) особенно упругой силы F_2 . При скачке скорости в 0.1 м/с падение усилия составляет 17 Н (рис. 7.19 а). При удалении транспортного средства на максимальное расстояние от подвесной линии (минимальные параметры механизма) падение усилия (рис. 7.19 б) уже не превышает 2 Н.

С уменьшением ускорений динамические падения упругих усилий уменьшаются (рис. 7.20). При разгоне по колебательно-затухающей программе наблюдается снижение падений усилий: при максимальных параметрах механизма и скорости $V_T = 1$ м/с – $F_{2 \max} = 5.5$ Н, а при $V_T = 4$ м/с – $F_{2 \max} = 22$ Н.

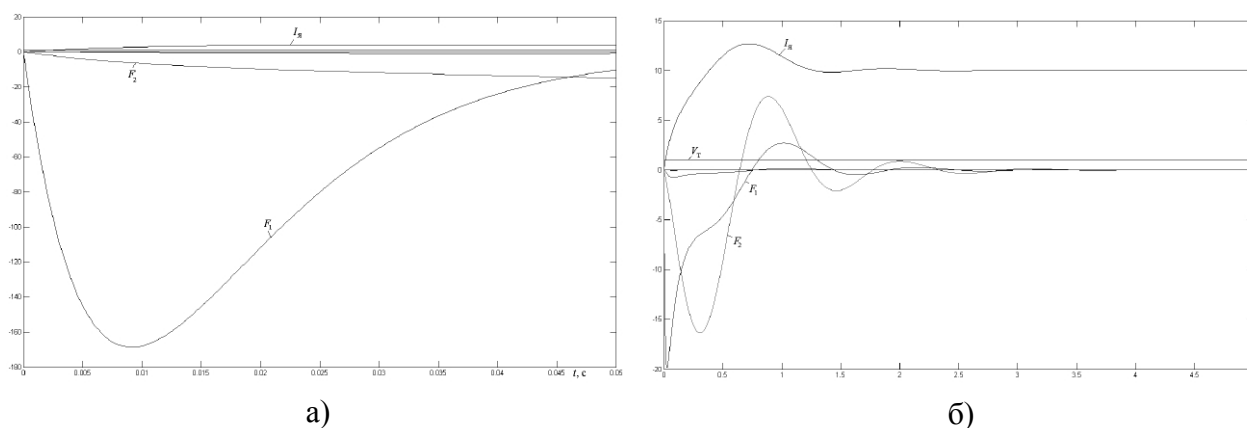


Рис. 7.19. Переходные характеристики при скачкообразном изменении скорости ТС в системе с ООС по I_a при: а) максимальных ПМН; б) минимальных ПМН.

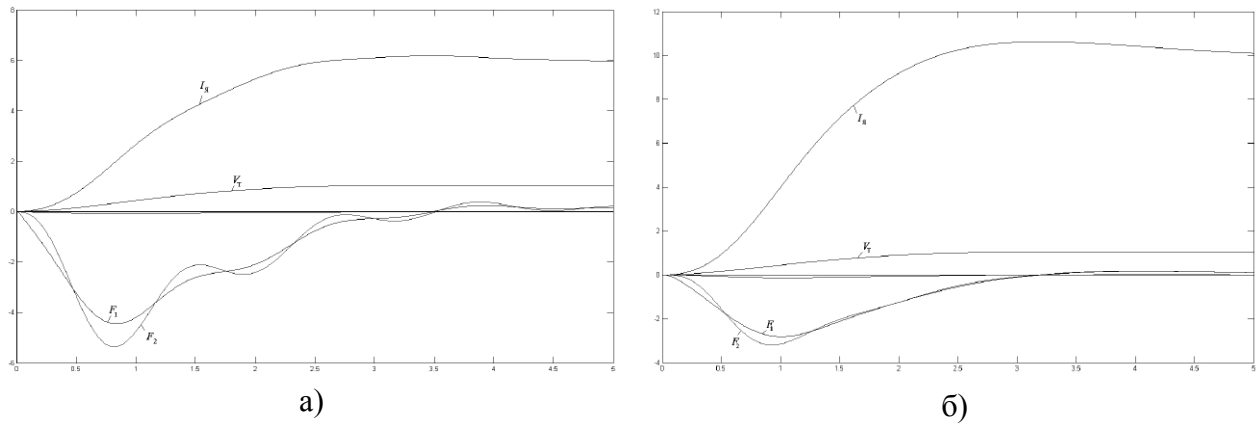


Рис. 7.20. Переходные характеристики при колебательно-затухающем изменении скорости ТС в системе с ООС по I_4 при: а) максимальных ПМН; б) минимальных ПМН.

7.6. Экспериментальное определение коэффициентов демпфирования

Коэффициент затухания подвесной линии определяется из эксперимента, который проводился на однотонном электропогрузчике ЭП 103К. Электропогрузчик находился под тросом в середине его длины.

На диске барабана по его диаметру проводились линии, напротив которых на кожухе наносились отметки, соответствующие углам поворота. Затем барабан поворачивался на определенный угол $\varphi(0)$ и отпускался. Совершив несколько периодов колебаний, барабан останавливался. Эксперимент повторялся несколько раз.

Величина коэффициента демпфирования определялась путем сравнения расчетных (при разных ε) и экспериментальных характеристик. Расчетные характеристики определялись из решения операторного уравнения:

$$\varphi_{\text{раз}}(p) = \frac{D'_4(p)}{D_4(p)} \varphi(0),$$

где

$$D'_4(p) = \sum_{i=1}^7 b_i p^{i-1}.$$

Характеристический полином $D_4(p)$ и его коэффициенты даны в разделе 7.4. Временные характеристики для механизма натяжения

при $J = 0,177 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $R_{\text{б}} = 0,17 \text{ м}$, подвесной линии длиной $l = 30 \text{ м}$ с подвесным кабелем ПВС 4×4 , массой каретки $m = 9 \text{ кг}$ представлены на рис. 7.21. Погрешность определения коэффициента $\varepsilon = 0.1$ составила около 20 %.

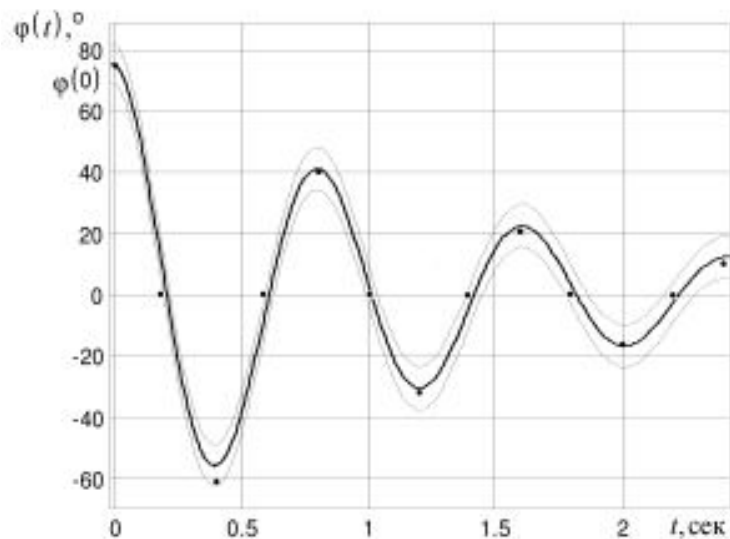


Рис. 7.21. Временные характеристики подвесной линии питания: — расчетная характеристика при $\varepsilon = 0.1$; · — экспериментальная.

Экспериментальные переходные характеристики при других значениях J и $R_{\text{б}}$ отличаются от расчетных по длительности периода и величине амплитуды не более чем на 30 %.

7.7. Реализация системы электропитания электропогрузчика с автоматизированным электроприводом механизма натяжения

Общий вид кабельного электропогрузчика представлен на рис. 7.22, а его функциональная схема приведена на рис. 7.23.

Функциональная схема (рис. 7.23) содержит четырехжильный подвесной кабель, размещенный на шторной подвеске. Одним концом подвесной кабель подключен к электрической сети через коммутационный аппарат КА, содержащий автоматический выключатель и устройство защитного отключения, а другим концом — к статору первого токосъемного устройства ТУ1.

Нулевой провод N через токосъемные устройства ТУ1 и ТУ2 соединен с нейтральной точкой силового трансформатора и корпусом электропогрузчика.



Рис. 7.22. Общий вид электропогрузчика ЭП 103 КО с кабельным питанием.

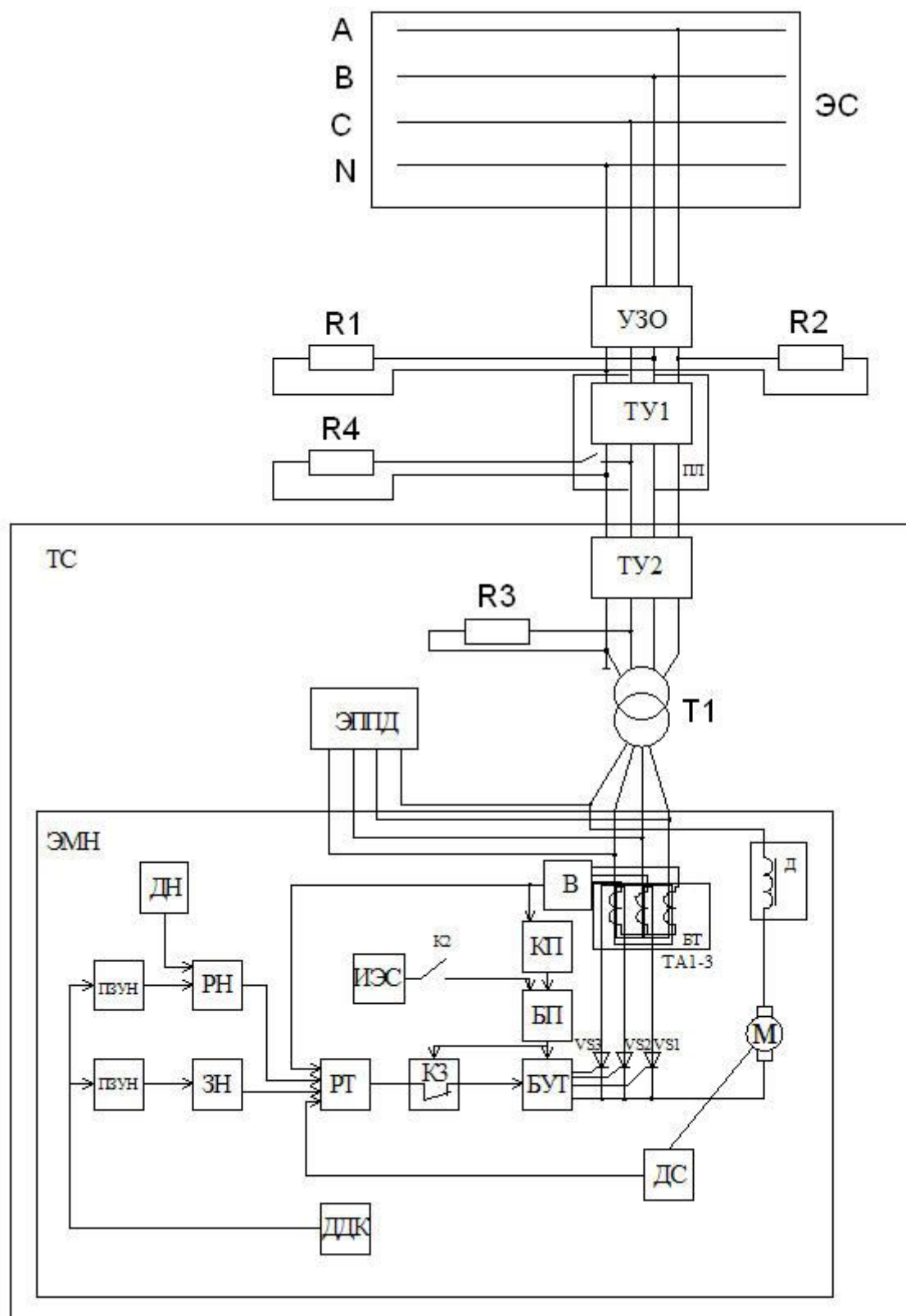


Рис. 7.23. Функциональная схема электроснабжения транспортного средства.

В состав электропривода МНПК входит силовой трансформатор Т1, во вторичной обмотке которого включены: блок трансформаторов

тока БТ, управляемый выпрямитель, электродвигатель М1, сглаживающий дроссель Д.

Управляемый выпрямитель состоит из трех тиристоров VS1 – VS3, катоды которых соединены вместе; второй конец сглаживающего дросселя Д соединен с нейтралью вторичных обмоток силового трансформатора Т1, причем с целью повышения чувствительности трансформаторов тока Т1 – Т3; анод тиристора VS1 соединен через окна трансформаторов тока ТА2, ТА1 с фазным проводом А1 силового трансформатора Т1; диод тиристора VS2 последовательно соединен через окна трансформаторов тока ТА2, ТА1 с фазным проводом А1 силового трансформатора Т1; диод тиристора VS3 последовательно соединен через окна трансформаторов тока Т1, Т3 с фазным проводом С1; вторичные обмотки силового трансформатора соединены в звезду. Остальные элементы: ТС – транспортное средство; ЭМН – электропривод механизма натяжения; КП – компаратор; К1 – К3 – ключи; ИЕС – источник единичного сигнала; БП – блок питания; БУТ – блок управления тиристорами; ДС – датчик скорости; ДДК – датчик длины кабеля; ДН – датчик натяжения; ПЗУН – программно-задающее устройство напряжением; РН, РТ – регуляторы натяжения и тока. Устройство [16] работает следующим образом: электроэнергия подается по подвесному кабелю, первому токосъемнику ТУ1, промежуточному кабелю, второму токосъемнику ТУ2 через общий силовой трансформатор Т1 ко всему электрооборудованию транспортного средства ТС. При движении транспортного средства ТС вдоль стального каната в ту или другую сторону подвесной кабель собирается в петли или распрямляется. А при движении от стального каната промежуточный кабель, поддерживаясь на одном из вращающихся роликов, разматывается с барабана под действием усилия движущегося транспортного средства. При перемещении транспортного средства обратно к стальному канату промежуточный кабель наматывается на барабан. Натяжение кабеля при этом поддерживается на заданном уровне системой автоматической стабилизации тока якоря. Транспортное средство благодаря роликам, вращающимся в

горизонтальной и вертикальной плоскостях, может перемещаться в произвольных направлениях – к стальному канату, от него, а также может совершать круговые движения вокруг своей оси. Требуемое натяжение промежуточного кабеля устанавливается задатчиком натяжения, а плавность усилия натяжения при включении в сеть транспортного средства – задатчиком интенсивности натяжения. Для питания электродвигателей перемещения и подъема используется управляемый двухступенчатый выпрямитель, состоящий из трехфазной управляемой схемы выпрямления с включением трех тиристоров по схеме с общим катодом и трехфазной мостовой управляемой схемы выпрямления.

В аварийных режимах, при недопустимо больших натяжениях промежуточного кабеля, вызванных обрывом цепи обратной связи по току якоря электродвигателя, выходом из строя задатчиков интенсивности натяжения, задатчиков тока и натяжения, регуляторов натяжения или стопорением электродвигателя происходит увеличение тока якоря до максимально допустимой величины. Это приведет к срабатыванию компаратора КП, блока памяти БП, размыканию нормально замкнутого ключа КЗ и увеличению угла регулирования отпирающих импульсов, формируемых блоком БУТ. В результате этого, напряжение на якоре электродвигателя уменьшается до минимального значения величины и натяжение промежуточного кабеля будет ограничено максимально допустимой величиной. При обрыве подвесного или промежуточного кабеля или только одной нулевой жилы, а также при срабатывании конечного выключателя К1 срабатывает устройство защитного отключения УЗО, которое отключает ТС от электрической сети ЭС.

Система управления электроприводом механизма натяжения реализована на однокристальном микроконтроллере марки ds PIC 30F6010 с быстродействием в 30 MIPS и быстродействующим АЦП, обеспечивающий до 0.5 миллионов выборов в секунду.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5 т. / Под ред. *К.А. Пупкова, Н.Д. Егунова*. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.
2. *Веников, В.А.* Переходные электромеханические процессы в электрических системах / *В.А. Веников*. – М.: Высш. школа, 1970. – 427 с.
3. *Петелин, Д.П.* Автоматическое управление синхронными электроприводами / *Д.П. Петелин*. – М.: Энергия, 1986. – 129 с.
4. *Дорф, Р.* Современные системы управления / *Р. Дорф, Р. Бишоп*. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. – 832 с.
5. *Бесекерский, В.А.* Теория систем автоматического управления / *В.А. Бесекерский, Е.П. Попов*. – СПб.: Профессия, 2003. – 752 с.
6. *Куропаткин, П.В.* Теория автоматического управления / *П.В. Куропаткин*. – М.: Высш. школа, 1973. – 528 с.
7. *Макаров, И.М.* Линейные автоматические системы / *И.М. Макаров, Б.М. Менский*. – М.: Машиностроение, 1977. – 464 с.
8. *Абакумов, А.М.* Теория автоматического управления: Метод. пособие / *А.М. Абакумов, В.И. Котенев*. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2008. – 124 с.
9. *Котенев, В.И.* Теория автоматического управления: Учеб.-метод. пособие / *В.И. Котенев, В.Р. Ратцев*. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2003. – 43 с.
10. *Решмин, Б.И.* Проектирование и наладка систем подчиненного регулирования электроприводов / *Б.И. Решмин, Д.С. Ямпольский*. – М.: Энергия, 1975. – 184 с.
11. *Коновалов, Г.Ф.* Радиоавтоматика / *Г.Ф. Коновалов*. – М.: Высш. школа, 1990. – 335 с.
12. *Фрер, Ф., Ортенбургер, Ф.* Введение в электронную технику регулирования. Пер. с нем. – М.: Энергия, 1973
13. *Котенев, В.И.* Математическая модель протяжной печи на воздушной подушке / *В.И. Котенев* // Известия вузов. Черная металлургия. – 1990. – №5.
14. *Котенев, В.И.* Системы автоматического управления тепловыми режимами протяжных электропечей с конвективным теплообменом. – Самара: СамГТУ, 2010. – 102 с.
15. *Котенев В.И., Котенев А.В, Котенев В.В., Шайдунов И.А.* Устройство для электроснабжения и управления безрельсовым транспортным средством.

Патент 2185296 RU, МКИ В 60 L 9 / 00, № 2000131771 / 28, заявл. 18.12.2000, опубл. 20.07.2002. Бюл. № 20.

16. *Котенев В.И., Котенев А.В., Котенев В.В., Шайдунов И.А.* Электропривод натяжения промежуточного кабеля системы электроснабжения наземного транспортного средства. // Известия вузов. Электромеханика, 2011. № 3. С. 66 – 69.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ.....	5
1.1. Понятие об управлении и регулировании. классификация систем	5
1.2. Управление по разомкнутому циклу.....	8
1.3. Принцип управления по возмущению	10
1.4. Принцип управления по отклонению	12
1.5. Комбинированный принцип управления	18
Вопросы для самопроверки	19
2. СТАТИКА СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ	20
2.1. Коэффициент передачи звена. линеаризация статических характеристик	20
2.2. Определение коэффициентов передачи при различных способах включения звеньев.....	23
2.3. Погрешность разомкнутой системы.....	26
2.4. Погрешность замкнутой системы	29
2.5. Статическое и астатическое регулирование и управление	31
Вопросы для самопроверки	36
3. Динамические характеристики звеньев и систем	36
3.1. Дифференциальные уравнения звеньев и систем.....	37
3.2. Передаточные функции	40
3.3. Переходные характеристики	43
3.4. Частотные характеристики	44
3.5. Типовые динамические звенья	49
3.6. Определение передаточных функций систем.....	60
3.7. Динамические характеристики некоторых элементов электромеханических систем.....	61
3.8. Определение передаточных функций и частотных характеристик систем.....	67
Вопросы для самопроверки	71
4. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ И КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ.....	71
4.1. Понятие об устойчивости	71
4.2. Необходимое и достаточное условие устойчивости линейных (линеаризованных) систем	72
4.3. Критерий устойчивости гурвица	75
4.4. Критерий устойчивости михайлова.....	78
4.5. Критерий устойчивости найквиста	80
4.6. Суждение об устойчивости системы по ЛАХ и ЛФХ.....	82
4.7. Влияние коэффициента усиления системы на устойчивость	84
4.8. Показатели качества переходных процессов.....	85

4.9. Расчет переходных процессов с помощью обратного преобразования лапласа	87
4.10. Определение оригиналов изображений лапласа с помощью теоремы разложения.....	88
4.11. Построение переходных процессов с помощью численного моделирования.....	89
4.12. Построение переходных процессов с помощью аналогового моделирования.....	90
4.13. исследование динамических характеристик моделированием САУ на ЭВМ.....	94
Вопросы для самопроверки.....	103
5. ИНЖЕНЕРНЫЕ МЕТОДЫ КОРРЕКЦИИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ.....	103
5.1. Метод желаемых частотных характеристик	105
5.2. Метод стандартных динамических характеристик	111
5.3. Чувствительность систем управления	118
Вопросы для самопроверки.....	127
6. САУ ТЕМПЕРАТУРОЙ ОТЖИГА ПОЛОСЫ В ПРОТЯЖНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЕЧИ НА ВОЗДУШНОЙ ПОДУШКЕ.....	128
6.1. Устройство и принцип работы печи	128
6.2. Задание на проектирование	129
6.3. Производительность печи и распределение температуры полосы по длине печи.....	131
6.4. Погрешность и обоснование САУ температурой отжига полосы.....	134
6.5. Синтез САУ температурой печи	136
6.6. Синтез САУ скоростью вращения электродвигателя вентилятора	139
6.7. Синтез регулятора тока.....	140
6.8. Синтез регулятора скорости	142
6.9. Принципиальная схема САУ скоростью электродвигателя	146
6.10. САУ температурой отжига полосы	146
6.11. Динамические характеристики САУ температурой полосы	148
7. САУ НАТЯЖЕНИЕМ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КАБЕЛЯ НАПОЛЬНОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА	152
7.1. Конструктивное исполнение механизма натяжения	152
7.2. Математическое описание механизма натяжения.....	153
7.3. Электропривод механизма натяжения с оос по току якоря	160
7.4. Динамические характеристики электропривода при изменении задающего воздействия	162
7.5. Динамические характеристики электропривода при изменении скорости передвижения по заданным программам	169
7.6. Экспериментальное определение коэффициентов демпфирования...173	
7.7. Реализация системы электропитания электропозвонка с автоматизированным электроприводом механизма натяжения	174
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	179
ОГЛАВЛЕНИЕ.....	181

Учебное издание

*АБАКУМОВ Александр Михайлович
КОТЕНЕВ Виктор Иванович*

**Системы управления электромеханическими преобразователями
и электротехнологическими установками**

Редактор *Г.В. Загребина*
Компьютерная верстка *И.О. Миняева*
Выпускающий редактор *Н.В. Беганова*

Подписано в печать 27.06.13
Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная
Усл. п. л. 10,53. Уч.-изд. л. 10,38
Тираж 50 экз. Рег. № 157/13

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Самарский государственный технический университет»
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244. Главный корпус

Отпечатано в типографии
Самарского государственного технического университета
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244. Корпус №8